



**Comprensión del concepto de fracción y de sus  
significados de los estudiantes de segundo grado de  
secundaria en la Evaluación Censal, 2015 y 2016.**

**TESIS PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE:  
Maestra en Evaluación y Acreditación de la Calidad Educativa**

**AUTORA:**

**Br. Castro Mora, Olimpia Rosa**

**ASESOR/A:**

**Dra. Alza Salvatierra, Silvia del Pilar**

**SECCIÓN:**

**Educación e idiomas**

**LÍNEA DE INVESTIGACIÓN:**

**Evaluación y aprendizaje**

**LIMA - PERU**

**2018**



## DICTAMEN DE LA SUSTENTACIÓN DE TESIS

EL / LA BACHILLER (ES): CASTRO MORA OLIMPIA ROSA

Para obtener el Grado Académico de *Maestra en Evaluación y Acreditación de la Calidad Educativa*, ha sustentado la tesis titulada:

**COMPRENSIÓN DEL CONCEPTO DE FRACCIÓN Y DE SUS SIGNIFICADOS DE LOS ESTUDIANTES DE SEGUNDO GRADO DE SECUNDARIA EN LA EVALUACIÓN CENSAL, 2015 Y 2016.**

Fecha: 22 de junio de 2018

Hora: 11:00 a.m.

### JURADOS:

PRESIDENTE: Dr. Joaquin Vertiz Osoreo

Firma: .....

SECRETARIO: Dr. Angel Salvatierra Melgar

Firma: .....

VOCAL: Dra. Silvia del Pilar Alza Salvatierra

Firma: .....

El Jurado evaluador emitió el dictamen de:

Aprobado por unanimidad

Habiendo encontrado las siguientes observaciones en la defensa de la tesis:

Recomendaciones sobre el documento de la tesis:

Revisar el enfoque de investigación

Revisar Apdo

**Nota:** El tesista tiene un plazo máximo de seis meses, contabilizados desde el día siguiente a la sustentación, para presentar la tesis habiendo incorporado las recomendaciones formuladas por el jurado evaluador.

### **Dedicatoria**

A mi querido esposo e hijos, que constantemente me alientan y apoyan a seguir adelante con su cariño y colaboración.

Olimpia

### **Agradecimientos**

A Dios, por la salud, la vida y todas sus bendiciones que permite llegar a estos momentos importantes en mi vida.

A mi familia, por el apoyo constante en mi vida y su aliento para enfrentar los retos.

A mi asesora de tesis, Dra. Silvia del Pilar Alza Salvatierra por su orientación y dedicación.

Olimpia

### Declaración de autoría

Yo, **Olimpia Rosa Castro Mora**, estudiante de la Escuela de Postgrado, Maestría en Educación de la Universidad César Vallejo, Sede Lima; declaro que el trabajo académico titulado **"Comprensión del concepto de fracción y de sus significados de los estudiantes de segundo grado de secundaria en la Evaluación Censal 2015 y 2016"**, presentada, en 142 folios para la obtención del grado académico de Maestra en Evaluación y Acreditación de la Calidad Educativa, es de mi autoría.

Por tanto, declaro lo siguiente:

- He mencionado todas las fuentes empleadas en el presente trabajo de investigación, identificando correctamente toda cita textual o de paráfrasis proveniente de otras fuentes, de acuerdo con lo establecido por las normas de elaboración de trabajos académicos.
- No he utilizado ninguna otra fuente distinta de aquellas expresamente señaladas en este trabajo.
- Este trabajo de investigación no ha sido previamente presentado completa ni parcialmente para la obtención de otro grado académico o título profesional.
- Soy consciente de que mi trabajo puede ser revisado electrónicamente en búsqueda de plagios.
- De encontrar uso de material intelectual ajeno sin el debido reconocimiento de su fuente o autor, me someto a las sanciones que determinen el procedimiento disciplinario.

Lima, 28 de abril del 2018

  
Br. Olimpia Rosa Castro Mora  
DNI: 08737670

## **Presentación**

Dando cumplimiento a las normas del Reglamento de Grados y Títulos para la elaboración y la sustentación de la Tesis de la sección de Posgrado de la Universidad “César Vallejo”, con el fin de alcanzar el grado de Maestría en Educación, presento la tesis titulada: “Comprensión del concepto de fracción y de sus significados de los estudiantes de segundo grado de secundaria en la Evaluación Censal, 2015 y 2016”.

La presente investigación tiene como objeto de estudio la comprensión del concepto de fracción en los estudiantes de la Educación Básica Regular, donde se busca identificar algunos de los posibles factores que influyen en la dificultad del aprendizaje de las fracciones y para ello se analiza las tareas de las Evaluaciones Censales de Estudiantes (ECE) de Segundo grado de secundaria del 2015 y 2016 relacionada con los conceptos de fracción presentes en el Diseño Curricular y en algunas investigaciones, como también, relacionado con los elementos considerados en la Teoría de Campos conceptuales de Gerard Vergnaud.

Para ello, la información se ha estructurado en ocho capítulos tomando en cuenta el esquema de investigación sugerido por la Universidad. El capítulo I, designado a introducción, contiene antecedentes, marco teórico referencial, marco espacial y temporal y la contextualización. El capítulo II presenta el problema de la investigación y la definición de objetivos. En el capítulo III, se presenta la metodología de la investigación, donde se explica el diseño de evaluación, la población de la investigación como las características de los instrumentos y los datos. El capítulo IV, muestra los resultados con el análisis de cada ítem. En el capítulo V, se presenta la discusión de los hallazgos relacionándolo con los antecedentes presentados. En el capítulo VI se presentan las conclusiones y en capítulo VII se presentan recomendaciones que ayuden a superar las dificultades halladas así como sugerencias para futuras investigaciones y finalmente se dan las referencias bibliográficas.

La autora.

## Índice

Dedicatoria	iii
Agradecimientos	iv
Declaración de autoría	<b>¡Error! Marcador no definido.</b>
Presentación	vi
Resumen	xii
Abstract	xiii
<b>I. INTRODUCCIÓN</b>	<b>14</b>
1.1. Antecedentes	15
1.2. Marco teórico referencial	20
1.2.1. Campo conceptual	21
1.2.2. Fracción y sus significados	24
1.3. Marco espacial	46
1.4. Marco temporal	46
1.5. Contextualización: histórica, política, cultural, social	47
<b>II. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN</b>	<b>49</b>
2.1. Aproximación temática	50
2.2. Formulación del problema de investigación	52
2.3. Justificación	53
2.4. Relevancia	55
2.5. Contribución	56
2.6. Objetivos	58
2.6.1. Objetivo General	58
2.6.2. Objetivos Específicos	58
<b>III. MÉTODO</b>	<b>60</b>
3.1. Metodología	61
3.1.1. Tipo de estudio	61
3.1.2. Diseño	62
3.2. Escenario de estudio	63
3.3. Caracterización de sujetos	63
3.4. Trayectoria metodológica	64
3.5. Técnicas e Instrumentos de recolección de datos	65

3.6. Tratamiento de la información	70
3.7. Mapeamiento	73
3.8. Rigor Científico	74
<b>IV. RESULTADOS</b>	<b>75</b>
4.1. Descripción de resultados	76
<b>V. DISCUSIÓN</b>	<b>103</b>
<b>VI. CONCLUSIONES</b>	<b>108</b>
<b>VII. RECOMENDACIONES</b>	<b>111</b>
<b>VIII. REFERENCIAS</b>	<b>114</b>
<b>ANEXOS</b>	<b>120</b>
Anexo 1. Matriz de Categorización	
Anexo 2. Competencia: Resuelve problemas de cantidad.	
Anexo 3. Relación de ítems liberados de la ECE 2015 – 2016.	
Anexo 4. Constancias de confiabilidad y confidencialidad de los datos	
Anexo 5. Matriz de datos psicométricos de los ítems de fracción.	
Anexo 6. Matriz resumen de la variable significado de las fracciones	
Anexo 7. Instrumento de recojo de datos.	



## Índice de figuras

Figura 1. Elementos sobre los que se desarrolla la conceptualización	24
Figura 2. Modelo teórico de las interpretaciones del concepto de fracción	26
Figura 3. Representación gráfica del concepto parte-todo (continuo)	27
Figura 4. Representaciones del concepto parte-todo (continuo)	27
Figura 5. Representación gráfica del concepto parte-todo (continuo)	28
Figura 6. Respuesta de la figura 5	28
Figura 7. Representación gráfica del concepto parte-todo (continuo)	29
Figura 8. Respuesta de la figura 7	29
Figura 9. Representación gráfica de $\frac{1}{3}$ de color celeste	30
Figura 10. Representación gráfica del concepto parte-todo (continuo)	30
Figura 11. Ejemplos de respuesta de Figura 10	31
Figura 12. Representación gráfica parte-todo (discreto)	31
Figura 13. Representaciones del concepto parte-todo (discreto)	32
Figura 14. Ejemplo del concepto parte-todo (discreto)	32
Figura 15. Ejemplo del concepto parte-todo (discreto)	34
Figura 16. Representaciones del concepto de fracción como cociente	35
Figura 17. Representación gráfica de fracción como cociente	36
Figura 18. Representación simbólica de fracción como cociente	36
Figura 19. Representaciones del concepto de fracción como razón	37
Figura 20. Representación gráfica del concepto de fracción como razón	38
Figura 21. Representaciones del concepto de fracción como operador	41
Figura 22. Representación gráfica de fracción como operador	41
Figura 23. Representación gráfica de fracción como operador	42
Figura 24. Representaciones del concepto de fracción como medida	43
Figura 25. Representación gráfica de fracción como medida	44
Figura 26. Representación gráfica de fracción como medida	45
Figura 27. Modelo de Evaluación de la competencia matemática en la ECE	64
Figura 28. Instrumento de recojo de datos	69
Figura 29. Elementos involucrados en el análisis de las tareas de la ECE	73
Figura 30. Pregunta de fracciones de la ECE 2016	77
Figura 31. Ejemplos de respuesta correcta a la pregunta de la figura 30	78
Figura 32. Ejemplos de respuesta incorrecta a la pregunta de la figura 30	79

Figura 33. Pregunta aproximada de fracciones	80
Figura 34. Respuesta gráfica de la pregunta 33	81
Figura 35. Respuesta simbólica de la pregunta 33	81
Figura 36. Pregunta aproximada de fracciones	83
Figura 37. Pregunta de fracciones de la ECE 2015	84
Figura 38. Solución gráfica de la figura 37	85
Figura 39. Proceso de solución de la pregunta 37	85
Figura 40. Pregunta aproximada de fracciones	87
Figura 41. Pregunta aproximada de fracciones	88
Figura 42. Pregunta aproximada de fracciones	89
Figura 43. Pregunta aproximada de fracciones	90
Figura 44. Pregunta aproximada de fracciones	91
Figura 45. Pregunta aproximada de fracciones	92
Figura 46. Pregunta aproximada de fracciones	93
Figura 47. Pregunta aproximada de fracciones	94
Figura 48. Pregunta de fracciones de la ECE 2015	95
Figura 49. Pregunta aproximada de fracciones	97
Figura 50. Pregunta de fracciones de la ECE 2016	98
Figura 51. Resultado de ítems por significado de fracción	101
Figura 52. Resultado de ítems por tasa de acierto	102
Figura 53. Resultado de ítems por niveles de logro	102

## Índice de tablas

Tabla 1. Longitud de las varillas V1 y V2	38
Tabla 2. Resultados de Perú, PISA 2015	51
Tabla 3. Items por capacidad ECE 2° de secundaria en Matemática	66
Tabla 4. Items por contenido ECE 2° de secundaria en Matemática	66
Tabla 5. Items seleccionados. Año de procedencia de la ECE	67
Tabla 6. Items seleccionados. Capacidad involucrada en la tarea	67
Tabla 7. Items seleccionados. Concepto de fracción involucrado	67
Tabla 8. Items seleccionados. Ubicación por nivel de logro	68
Tabla 9. Resumen de los datos de los ítems de fracción en la ECE	100

## Resumen

Esta tesis tuvo como objetivo determinar la relación de la comprensión del concepto de fracción con sus significados en los estudiantes peruanos de segundo grado de secundaria en la Evaluación Censal, 2015 y 2016, momento en el que deben consolidar todos sus aprendizajes de fracción con el conjunto de números racionales.

La presente investigación se desarrolló mediante un enfoque cualitativo de análisis documental, con un diseño no experimental, de corte transversal y de alcance descriptivo. En referencia a la recolección de datos para la investigación, esta tesis es de tipo retrospectiva, con datos recogidos de la Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes del Ministerio de Educación. Dado el carácter censal de la evaluación, los resultados corresponden a un 95% de los estudiantes del país en las tareas que involucran el tema a investigar.

Los resultados de la investigación se obtuvieron a partir del análisis detallado de cada tarea aplicada en la evaluación censal referida a fracciones, se describen los logros y las dificultades encontradas en los estudiantes en el aprendizaje de este constructo. Esta investigación permite afirmar que el aprendizaje de las fracciones a partir de la comprensión de conceptos, aplicado en distintas situaciones y utilizando diferentes representaciones permite alcanzar aprendizajes significativos y deben estos generarse con frecuencia en la secuencias de clases a lo largo de toda la escolaridad.

**Palabras clave:** significado de fracción, campos conceptuales, situaciones, representaciones, Evaluación Censal de Estudiantes.

## Abstract

This thesis aims to determine the relationship between the concept of fraction's understanding and its meanings in Peruvian students of second grade of secondary school in the General Evaluation, 2015 and 2016, the moment in which the students must consolidate their knowledge about fractions with the set of rational numbers.

This research was performed through a qualitative approach to document analysis. The design of the research is non-experimental, cross-sectional and descriptive. Regarding the data collection for the research, this thesis is retrospective, with data collected from the Office of Quality Measurement of Learning of the Ministry of Education of Peru. Due to it is a General assessment (census), the results correspond to the 95% of the students in the country in the tasks that involved the topic to be investigated.

The results of the research were obtained from the detailed analysis of each applied task in the general evaluation referred to fractions. There is a description of the achievements and difficulties found by the students while they were learning the construct. This research makes possible to affirm that the learning of fractions from the concepts understanding, by applying in different situations and using different representation, allows to achieve significant learnings and those must be generated with a frequency in the lessons sequences along the schooling.

**Keywords:** Meaning of fraction, conceptual fields, situations, representations, General Evaluation of Student

## **I. INTRODUCCIÓN**

### 1.1. Antecedentes

Se encuentran diversas investigaciones que sirven de sustento científico para esta tesis y en base a ellas es posible atender a diversos aspectos de cómo se aborda el concepto de fracción según sus significados en diversas situaciones, tanto en el aprendizaje de los estudiantes durante la escolaridad como de los docentes en el proceso de enseñanza o de futuros docentes en su periodo de formación, así como también, la manera en cómo se aborda este concepto en algunos materiales de trabajo. Estas investigaciones ponen de manifiesto cómo el trabajar solo algunos significados de la fracción obstaculiza la construcción de la noción de fracción y no favorece para alcanzar su comprensión.

Entre las investigaciones encontradas a nivel internacional se tiene a Silva (2005) en su tesis *Investigando saberes de profesores de enseñanza fundamental con enfoque en números fraccionarios*. Pontificia Universidad Católica de Sao Paulo, Brasil, tesis de Doctorado en Educación Matemática. En esta tesis investigó a un grupo de profesores sobre el concepto de número fraccionario, el aprendizaje y dificultades que tienen los estudiantes de 5.º de primaria al trabajar con el tema de fracciones. Entre sus conclusiones indica que los profesores construyen aprendizajes de forma muy rígida con cada tipo de tarea, así, predomina un concepto de parte-todo basado en el proceso de doble conteo. Esto se refiere a que la fracción significa contar el todo y volver a contar pero ahora las partes y, luego se expresa este doble conteo como un arreglo de dos números llamado fracción. Además, sostiene que hay una fuerte relación entre con los conceptos de fracción que dominan los docentes y las dificultades que tienen los estudiantes del 5.º grado de primaria al tratar el tema de fracciones. Señala la autora, que solo algunos de los significados de la fracción son conocidos por los maestros y por lo general es el concepto de parte-todo el que se imparte en las clases, lo que provoca limitaciones en la comprensión del concepto y hasta la ruptura en la relación entre fracción y sus usos, como la aparición del número mixto al medir o usar la fracción como razón al comparar dos cantidades. Esto hace que los docentes recurran al

uso de técnicas rígidas, centradas en procedimientos mecánicos poco comprendidos para lograr responder a ciertos tipos de problemas que no abordan todos los significados de las fracciones. Por ello, sugiere en su investigación organizar los conceptos de fracción desde sus diversos significados para alcanzar mayor comprensión, lo cual permitiría consolidar el concepto de fracción y sentar las bases para la construcción del campo de los números racionales.

Otro hallazgo se encuentra en Matute (2010) con su tesis *Concepciones matemáticas en los estudiantes de séptimo grado de la Escuela Normal Mixta "Pedro Nufio"* acerca de las fracciones y sus diferentes interpretaciones. Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán, Honduras, tesis para obtener el título de Master en Matemática Educativa; tesis de tipo cualitativa exploratoria. En su investigación parte de la interrogante de cuánto comprenden los estudiantes de séptimo grado el concepto de fracción trabajado en tres significados, la fracción como parte-todo, medida y operador, planteando una propuesta didáctica que favorezca la comprensión de dichas nociones. En este trabajo se enfatiza la importancia de la representación de fracción. Señala que en la etapa de diagnóstico se encontraron errores como inadecuado uso de representaciones de fracción lo que refleja nociones erradas de fracción trabajando como extensión de números naturales. Como conclusión señaló que el uso de diversas representaciones como los gráficos, diagramas y el uso de algoritmos desde sus distintos significados favorece la resolución de problemas que involucran el concepto de fracción.

La investigación de Flores (2010) en la tesis *Significados asociados a la noción de fracción en la escuela secundaria*. Instituto Politécnico Nacional, México D.F., México, tesis que para obtener el grado de Maestría en Ciencias en Matemática Educativa, tesis de tipo cualitativo descriptivo donde se aplicó instrumentos que permitió realizar una investigación para ver en qué medida se desarrollan los conceptos de fracción tanto en los estudiantes de secundaria como en los profesores. Señala que hay una práctica frecuente por la cual se pasa de manera rápida del manejo de fracciones al de decimales, sin trabajar los distintos significados de la fracción, trabajo que resulta muy operativo y con escasa comprensión del número fraccionario.



De la misma manera, Hincapié (2011), con su tesis *Construyendo el concepto de fracción y sus diferentes significados, con los docentes de primaria de la Institución Educativa San Andrés de Girardota*. Universidad Nacional de Colombia, Colombia, tesis para obtener el título de Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, tesis de tipo descriptiva exploratoria. La investigación indaga acerca de las dificultades que tienen los docentes de primaria en conocer los significados de las fracciones basado en la teoría de los campos conceptuales. Sugiere que sea desde los primeros grados de escolaridad que se trabajen las nociones de fracción con recursos que faciliten su comprensión y estas son tomando tres elementos claves para la formación del concepto, las situaciones, el invariante y las representaciones. En su propuesta hace énfasis en el uso de diversas estrategias y recursos pedagógicos que favorecen el desarrollo del concepto de fracción.

Cabe señalar, entre las investigaciones nacionales a Quispe (2011), con la tesis *La Comprensión de los Significados del Número Racional Positivo y su Relación con sus Operaciones Básicas y Propiedades Elemental*. Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle, Perú, tesis para optar el grado académico de Doctor en Ciencias de la Educación; el estudio es de nivel descriptivo correlacional y reporta información sobre el estado actual de la comprensión de los significados del número racional positivo, en su representación fraccional. Ha realizado investigaciones sobre las concepciones de la fracción en estudiantes de los cinco años de escolaridad y manifiestan que existe interferencia del significado parte-todo y no permite la interpretación de los otros significados dados. Esto tiene relación directa con la posibilidad de resolver tareas que involucran distintas situaciones y representaciones como en las operaciones con fracciones, el manejo de algoritmos y el conocimiento de las propiedades del número racional. La investigación sugiere que la enseñanza de los números racionales debe partir de situaciones didácticas que permitan comprender interpretaciones de los distintos significados de fracción y, en medio de todos ellos, el significado de parte-todo como base de la comprensión cabal del concepto. Asimismo, recomienda que en la enseñanza y evaluación de los algoritmos de las operaciones básicas con fracciones se debe analizar los tipos de errores que comenten los estudiantes e

identificar los obstáculos epistemológicos para tomar decisiones y diseñar estrategias que permitan superar las dificultades de aprendizaje.

Un gran aporte encontramos también en Carrillo (2012), con su tesis *Análisis de la organización matemática relacionada a las concepciones de fracción que se presentan en el texto escolar matemática quinto grado de educación matemática*. Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú, tesis para obtener el grado de Magíster en enseñanza de las Matemáticas, tesis cualitativa de tipo descriptiva. La investigación realiza un análisis de la organización matemática relacionada a las concepciones de fracción que se presenta en un texto escolar Matemática Quinto Grado de Educación Primaria enmarcado en los lineamientos de la Teoría Antropológica. El estudio evidencia que en los textos escolares predomina la noción de fracción como parte-todo y en pocos casos la fracción como operador, denominado fracción de un número, en los cuales se enfatizan reglas operativas rígidas como operaciones de dividir con el denominador y multiplicar con el numerador, sin desarrollar las otras concepciones de igual forma. Tratamientos de este tipo permiten continuar con el trabajo de los números naturales, mas no ingresar al trabajo con los racionales positivos.

Otra evidencia la encontramos en la tesis de Angles (2015) *El aprendizaje de la adición y sustracción de fracciones en estudiantes de primer grado de educación secundaria basado en la teoría de situaciones didácticas*. Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú. Tesis para obtener el grado de Magíster en enseñanza de las Matemáticas, tesis cualitativa de tipo descriptiva - experimental. Esta tesis tuvo como objetivo analizar el proceso de aprendizaje de la adición y sustracción de fracciones en los estudiantes de Primer Grado de Educación Secundaria de la Institución “Ricardo Palma” del Centro Poblado de Totorani, región Puno. En la investigación se plantearon situaciones de adición y sustracción de fracciones que involucraron diversos conceptos de las fracciones y permitió ver cuánto comprenden y manejan las fracciones en situaciones variadas, tomando como base la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau. Se pudo apreciar que a pesar de haber realizado diversas formas de interacción, con sus pares, con materiales y situaciones cercanas, gran parte de los estudiantes no lograron movilizar los conceptos de fracciones necesarias para su resolución.

Se encuentra también en tesis de Castro (2017) *Comprensión del concepto de fracción en los estudiantes en formación inicial de educación primaria. Una mirada desde la teoría de campos conceptuales*. Universidad Antonio Ruiz de Montoya, Perú. Tesis para obtener el título de Licenciada en Educación Matemática. El presente trabajo es una investigación cualitativa de tipo descriptiva, sobre las concepciones matemáticas que poseen los docentes en formación inicial en una universidad privada de Lima acerca del concepto de fracción según sus significados y sus diferentes representaciones. Pudo evidenciarse en las intervenciones de las clases, de la manipulación de materiales, de la interacción entre pares y diversos tipos de estrategias utilizadas se pudo evidenciar dificultad que tienen los docentes en formación para comunicar y representar sus ideas matemáticas, hacer uso de diversas estrategias como también sus habilidades al justificar sus procesos de solución en tareas que involucran las nociones de fracción y su significado.

Las tesis mencionadas, en su mayoría, toman como referencia en los significados de fracciones a la propuesta por Kieren (1993) (mencionado en Quispe, 2011), esta se basa en el concepto de fracción desde los cinco significados según las situaciones planteadas, ellas son: parte-todo, cociente, razón, operador y medida. Con ello, el autor fundamenta la comprensión del concepto de fracción a partir de las situaciones planteadas en la vida real que dan soporte y significado a cada noción y permite así desarrollar la comprensión de la fracción como un nuevo número. Se afirma que el conocimiento integral de las fracciones y en sí del número racional no solo requiere comprender bien cada significado por separado sino sobretodo ver cómo se interconectan entre sí. De ahí la importancia de tener información de las variables y las relaciones que intervienen en el conocimiento matemático de ese campo conceptual. De la misma manera, Llinares (1997) confirma que conectar todos estos significados de fracción, implica un proceso de aprendizaje que toma un largo plazo. Así vemos que el trabajar con las nociones intuitivas como la de mitad de un pan que implica parte todo, comprendido desde los 5 o 6 años de edad, luego trabajar la noción de reparto que implica dividir, y llegar hasta nociones de proporcionalidad que puede ser trabajado hasta los 15 años de edad aproximadamente.

De manera general, todas las investigaciones mencionadas brindan evidencias de la poca atención que se da a los significados de fracciones en el proceso de aprendizaje generando así dificultades en los estudiantes, al construir el concepto de fracción. Corroboran que gran parte de esta dificultad radica en que en las aulas no se abordan todos los significados de este constructo. Señalan también que los libros de texto atienden a estos significados de manera incompleta, centrándose en algunas representaciones sobre todo gráficas y no dando énfasis en los significados, lo que afecta la comprensión y resolución de diversos problemas con fracciones. Otro aspecto en los que aportan las investigaciones mencionadas es la evidencia de cómo influye en el aprendizaje el escaso dominio por parte de los docentes de las estrategias adecuadas de enseñanza de las fracciones puesto que se enfocan en la representación gráfica y simbólica y muchas veces ausente de situaciones contextualizadas. De esta manera, se han abierto muchas puertas para investigaciones en la comprensión del concepto de fracción sobretodo en los diferentes grados de la escolaridad.

## **1.2. Marco teórico referencial**

Una de las teorías que dan soporte a la educación, cuyo fin principal es estudiar el proceso de conceptualización, es la teoría de los campos conceptuales creada por Gerard Vergnaud que da énfasis a la manera cómo se adquieren los conocimientos matemáticos. La teoría de campos conceptuales se presenta como una posible referencia para la enseñanza de las ciencias y para la investigación en esta área, en especial en la Matemática. Esta teoría se basa en analizar la construcción de conceptos por parte del estudiante estableciendo relación con otros conceptos involucrados, sus sistemas y sus rupturas que se van presentando a lo largo del proceso de adquisición. Con esta teoría se podrá relacionar la construcción del concepto de fracción a partir de conocimientos básicos de herramientas intuitivas hasta la partición, equivalencia y la formación de la unidad, conectando con las estructuras multiplicativas y las diversas situaciones y representaciones que dan sentido a los conceptos de fracción (Vergnaud, 2007).

Referirnos al concepto de fracción es mencionar una de las nociones más frecuentes en la vida misma y desde temprana edad, como también es el concepto

que se va adquiriendo a lo largo de la escolaridad desde la primaria, por ello es importante que se le presenten de manera cercana y no llevándolo solo a una breve definición de fracción o fórmula de representación. Desarrollando el concepto de fracción a partir de situaciones reales, será posible alcanzar un conocimiento racional que permita realizar con éxito actividades operatorias tanto en situaciones cotidianas como en aquellas que exijan mayor reflexión, exploración y abstracción por parte del estudiante. De ahí que Vergnaud señala (mencionado en Hincapié, 2011) que se alcanza el dominio de las fracciones como campo conceptual cuando este está constituido por un conjunto de situaciones que de forma progresiva implican el uso de una variedad de conceptos y de representaciones que están en estrecha relación.

Por tanto, se hace necesario asegurar desde la primaria la comprensión del sentido de la fracción considerando sus usos en contextos cercanos y evitar darle excesivo valor a los algoritmos que lo que originan es desconectar su concepto desde un inicio. De esta manera, los estudiantes podrían alcanzar un conocimiento intuitivo y profundo de las fracciones que le permita interactuar de manera flexible y razonada ante cualquier situación. Por ello, se relaciona en esta investigación el concepto de fracción desde la teoría de campos conceptuales, que considera elementos que permiten ahondar en la adquisición del concepto de fracción a partir de sus significados, los cuales se originan en función a las situaciones planteadas.

### **1.2.1. Campo conceptual**

Se define el campo conceptual (Moreira, 2002) como un conjunto espontáneo y diverso de problemas o situaciones cuyo tratamiento implica relacionar conceptos, procedimientos y representaciones de distintas maneras pero todos conectados entre sí. De esta manera, se considera el campo conceptual como una unidad de estudio que permite dar sentido a los problemas de adquisición y a las observaciones hechas en relación a la conceptualización. Por ello, se considera que es la *situación* la primera entrada de un campo conceptual y como segunda entrada estarían los *conceptos* y los *teoremas*. A continuación se explican los elementos que conforman la conceptualización según Vergnaud.

El *concepto* que viene a ser el centro del proceso de conceptualización. Esto implica que si el interés está en el proceso de la enseñanza y el aprendizaje, un concepto no debe ser entendido solo como una definición. Por tanto, se debe atender el cómo ese concepto toma sentido para el estudiante a partir de situaciones que debe resolver para que logre alcanzar una real comprensión del concepto. Vergnaud (2007) señala que dicho conocimiento se logra cuando es operatorio, de lo contrario no es conocimiento. De ahí se afirma que el concepto está constituido por un conjunto de tres elementos, las situaciones que son los que dan sentido al concepto, los invariantes sobre los que se da la operacionalidad del concepto y las representaciones simbólicas que logran expresar esos invariantes.

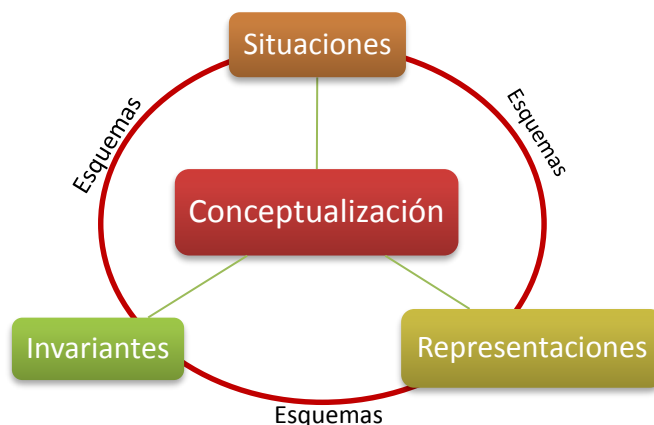
También están las *situaciones* que son elementos importantes en la teoría de campos conceptuales, como se dijo anteriormente. Son las situaciones las que constituyen la principal entrada en un campo conceptual, ya que son estas las que dan sentido a los conceptos y es a través de su interacción del concepto con las situaciones que que se tornan significativos para la persona. Estas situaciones pueden ser de dos tipos. Unas, en las que el estudiante dispone previamente de las competencias necesarias para el abordar de manera directa una situación. Otras, en las cuales el estudiante no dispone de todas las competencias necesarias, obligándole a un tiempo de reflexión y exploración que lo conduce al éxito o al fracaso. Por este motivo, se debe aclarar que en este marco, el concepto de situación está muy relacionado al de tarea, permitiendo ser una tarea compleja que puede ser analizada como una combinación de subtareas cuya dificultad depende de la conceptualización que involucra y no de la cantidad de subtareas que implica su resolución (Moreira, 2002). Es así como las situaciones tienen importancia especial por su alcance didáctico al contribuir en el proceso de enseñanza y aprendizaje, aportando no solo en la dimensión cognitiva sino también afectiva.

Al interactuar los conceptos con las situaciones sugen los *esquemas*, que tienen una característica particular en el proceso de conceptualización. Al atender a las situaciones que puede afrontar un estudiante, se puede apreciar que si el sujeto dispone de las competencias necesarias para enfrentar una tarea, sus conductas se caracterizarían por ser automatizadas y estarán organizadas por un

único esquema. En cambio, si el sujeto no dispone de todas las competencias necesarias se verá obligado a realizar intentos, explorar, reflexionar, lo que lo llevará a esbozar varios esquemas que deberán ser movilizados como acomodados, separados y re combinados, proceso que lleva a descubrimientos y a buscar diferentes formas de solución tanto en conceptos como en representaciones. De esta manera, Vergnaud (1990) define como *esquema* a la organización invariante de la conducta para una clase de situaciones dada. El esquema da cuenta de la forma de organización de los conceptos, como de las habilidades sensorio-motoras y de las habilidades intelectuales. Un esquema genera acciones y estas dependen de las condiciones y características de la situación, donde se puede esperar diferentes procedimientos reflejando una variedad de esquemas generados. Es por los esquemas que se establece el vínculo entre la conducta y la representación, de igual forma, entre las situaciones y la representación, por lo tanto el esquema es importante para la conceptualización (Moreira, 2002).

Otro elemento importante es el *invariante operatorio* que vienen a ser los conceptos y propiedades que se ponen en juego frente a cada situación, es decir, son los conocimientos contenidos en los esquemas y comprenden las expresiones “teorema-en-acción” y “concepto-en-acción” que en esta teoría los denominan de manera más amplia por la expresión “invariantes operatorios”. Señala Moreira (2002), que teorema-en-acción es una proposición sobre lo real considerada como verdadera, y concepto-en-acción es un objeto, un predicado, o una categoría de pensamiento considerada como pertinente, relevante en una determinada situación. Cabe señalar que un concepto-en-acción no es un verdadero concepto científico, como tampoco un teorema-en-acción es un verdadero concepto hasta que estos se tornen explícitos y se pueda discutir su pertinencia y su veracidad. Por tanto, es el conjunto de invariantes operatorios que se utilizan en la acción lo que conforman un concepto. D’Amore (2006) señala la importancia de analizar las tareas de los estudiantes a partir de los conocimientos contenidos en los esquemas, pues toda vez que para resolver una tarea intervenga la elección de un dato, la decisión de una operación, aún los procedimientos heurísticos en el proceso de solución, es ahí donde está presente el esquema.

Así, el campo conceptual es como una unidad de estudio que permite dar sentido a los problemas de adquisición y a las observaciones hechas en relación a la conceptualización. La siguiente figura muestra la relación de los elementos fundamentales que intervienen en esta teoría.



*Figura 1.* Elementos sobre los que se desarrolla la conceptualización

Como resumen de los aportes de Vergnaud (1990) acerca de los campos conceptuales, se sabe que en el proceso de conceptualización de un concepto se tiene los siguientes elementos:

Las situaciones que son las que le dan sentido al concepto. El conjunto de invariantes (objetos, propiedades, teoremas, relaciones, etc.) son los que se ponen en juego para resolver las situaciones. Y, las diferentes representaciones simbólicas (lenguaje natural, gráficos, sentencias formales, etc.) son las que se usan para representar los invariantes, situaciones y procedimientos.

Los esquemas vienen a ser la forma cómo el individuo interactúa con los conceptos, las situaciones y las representaciones.

### **1.2.2. Fracción y sus significados**

En reiteradas oportunidades se observa, desde la experiencia escolar, que se enseña y se aprende la fracción solo a partir de la representación, es decir, de cómo se escribe, cómo se grafica, cómo se lee, cuáles son sus elementos, etc. Así, en algunas circunstancias de clase, la actividad central promovida por el maestro se basa en ver la fracción como un arreglo de números puesto uno sobre otro y



dándoles los nombres correspondientes a estos elementos como numerador y denominador. Luego, el trabajo de aula se enfoca en representar gráficamente una fracción a manera de regla, según el comportamiento de cada elemento. De esta manera, se indica que en una fracción como  $\frac{2}{3}$ , el número de abajo indica el total de partes iguales que se ha dividido la unidad y el de arriba la cantidad de partes que pintamos. Según este ejemplo, el aprendizaje solo centra la atención en cómo se representa una fracción y de una manera única y también está lejos de ser aplicado en un contexto y con sus diferentes significados.

Se sabe, que en la medida que los estudiantes comprendan con mayor amplitud y diferentes sentidos la noción de fracción, podrán usarlos en variedad de situaciones cotidianas. Actualmente, hay muchas investigaciones que enfatizan la importancia de comenzar a usar las fracciones por el sentido común, usar el significado en el contexto y no por repetir una regla o un trazo. En esta parte se presentarán los diferentes significados de fracción que brindarán saberes matemáticos muy importantes con la finalidad de apoyar a la reflexión sobre la enseñanza de las fracciones y contribuir de esta manera al desarrollo de la competencia matemática de los estudiantes.

Tomaremos como referencia para los significados de fracción los presentados en Perera y Valdemoro (2007) que mencionan los significados de Thomas Kieren, quien ha realizado diversos estudios acerca de la construcción de estos números. Señala que Kieren reconoce varios constructos intuitivos (medida, cociente, operador multiplicativo y razón) que son los que permite construir el conocimiento de la fracción. Además, identifica un quinto constructo intuitivo: la relación parte-todo que sirve de base para la construcción de los otros cuatro citados anteriormente. Considerando la importancia de estos constructos intuitivos en nuestra investigación, se hace necesario describir la naturaleza básica de cada uno de ellos como se muestra en la figura 2.

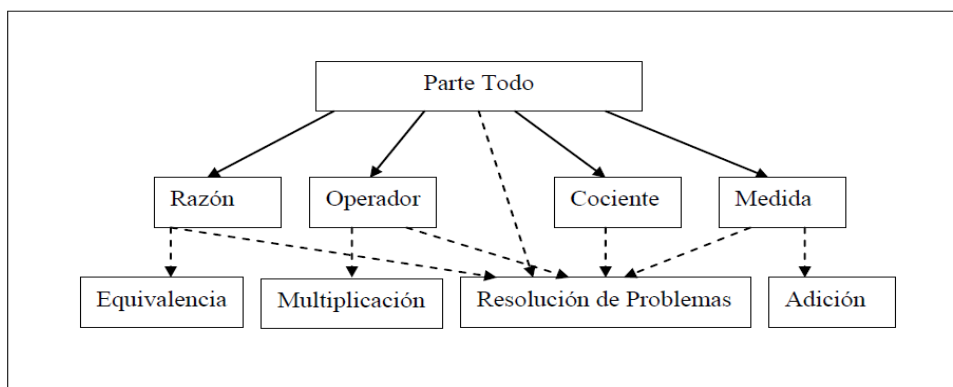


Figura 2. Modelo teórico de las interpretaciones del concepto de fracción  
Fuente: Matute (2010)

En el significado de la *fracción como parte-todo* usualmente observamos en los textos escolares que inician la presentación de la fracción asociada a una situación concreta, como una torta dividida en cuatro partes iguales. Luego señalan que el todo es la torta, que al dividirse en cuatro partes iguales cada parte se llama un cuarto y se escribe  $\frac{1}{4}$ . Si se toman varias partes de la torta, por ejemplo tres, estaríamos hablando de  $\frac{3}{4}$ . Muchos investigadores coinciden que esta definición de fracción como parte-todo, si bien es muy clara para entenderse, no tiene el soporte suficiente para sostener las siguientes nociones según la necesidad de las situaciones que se enfrenten. Cabe resaltar que entender una fracción en su relación parte-todo es muy distinto si ese *todo* está conformado por algo continuo como un terreno o un rectángulo cuando se divide en partes iguales, que cuando se da en algo discreto, donde el *todo* es un conjunto de objetos o personas. De esta manera, presentaremos este significado parte-todo de manera separada, primero en el caso continuo y luego para los casos discretos.

Por lo general, el más frecuente y el primero que se trabaja en lo referente a fracciones es la noción como *parte-todo en cantidades continuas* en las que nos referimos a un *todo* dividido en partes iguales y señala como fundamental la relación que existe entre un número designado de partes iguales y el todo. Para estos casos, donde el *todo* es una unidad continua, por ejemplo un rectángulo, una torta, una vara de madera, una caja, etc., hallar una fracción es aparentemente sencillo ya que es usual hacerlo apoyado por un soporte gráfico, como vemos en la figura 3:

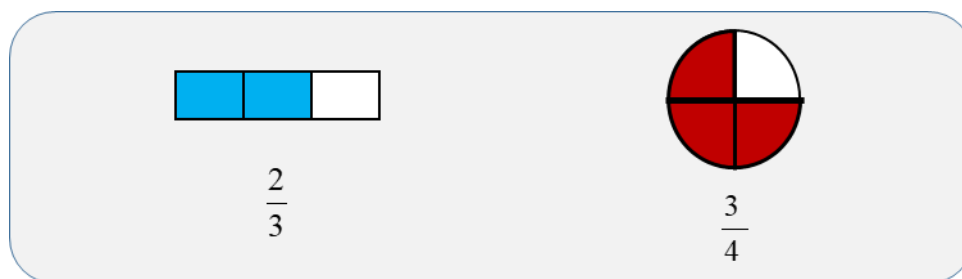


Figura 3. Representación gráfica del concepto parte-todo (continuo)

Junto con la representación gráfica, se usan dos tipos de representaciones: la simbólica que es de escritura  $\frac{a}{b}$ , asociada con la representación gráfica que es la figura de esa región dividida en partes iguales. También se utiliza la expresión verbal que corresponde a la parte sombreada del todo y es con la que inicia el uso cotidiano. La figura 4 muestra las distintas representaciones de la fracción parte todo - continuo.

#### Fracción parte-todo continuo


Representación gráfica	Expresión verbal	Representación simbólica
 <p>¿Qué parte de la pizza se han comido?</p>	<p>Se han comido la sexta parte de la pizza.</p>	<p>Se han comido <math>\frac{1}{6}</math> de la pizza</p>

Figura 4. Representaciones del concepto parte-todo (continuo)

En estos casos, es necesario presentar situaciones y representaciones que dejen claro este significado de fracción como parte-todo en su forma continua ya que, por lo general, es con este significado que se presenta una de las primeras tareas que se realizan en la enseñanza de las fracciones y a la vez es la noción que está presente en los otros significados. Como sostiene Vergnaud (1990), un concepto no puede ser reducido a su definición, es decir, no puede quedar solo en el enunciado de una fracción como una parte de un todo que ha sido dividido en partes iguales. De ahí que es necesario plantear situaciones que permitan apreciar la función adaptativa del conocimiento y las formas que va tomando en las acciones

que realiza el sujeto. De esta manera, el estudiante puede realizar diversas tareas asociadas a este significado que van marcando una gradualidad.

De la misma manera, Silva (2005) muestra en su investigación una serie de tareas asociadas al significado parte-todo continuo las cuales pueden ser resueltas a partir de diversas técnicas o estrategias y adaptando el conocimiento de fracción según la complejidad de las situaciones. Presenta tareas que permiten evidenciar la gradualidad en la aplicación del concepto de fracción como en diversos procedimientos aplicados, desde una lectura directa con datos explícitos hasta cuando tiene que explorar y establecer diversas relaciones. Los ejemplos gráficos presentados a continuación permiten dar ideas de esta propuesta.

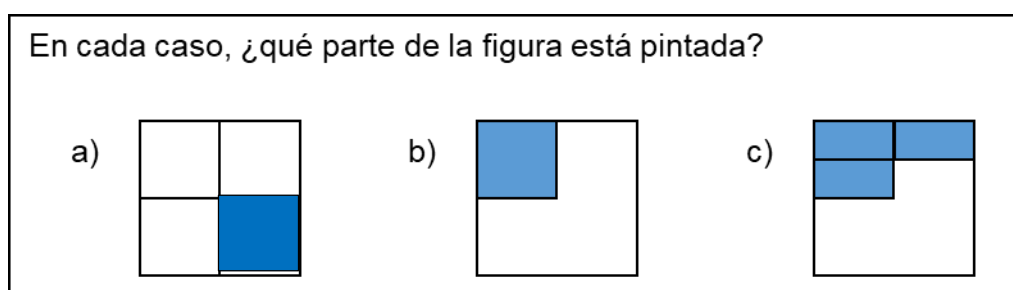


Figura 5. Representación gráfica del concepto parte-todo (continuo)

Se puede observar que algunas tareas pueden responder a conductas automatizadas, como el caso de la tarea a) donde todas las partes están explícitas y con un proceso de doble conteo (contar el total y contar la parte sombreada) se da como respuesta  $\frac{1}{4}$ . Sin embargo, hay otras tareas como la b) y c) que exigen realizar otros intentos, explorar con toda la figura, realizar movimientos que lo llevan a esbozar diferentes esquemas y provocando buscar diferentes formas de solución al aplicar conceptos como representaciones. Así presentamos posibles formas de responder las tareas propuestas en la figura 5.

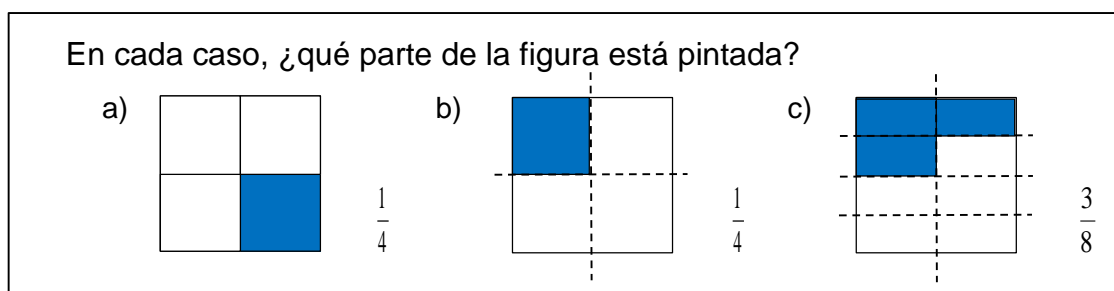


Figura 6. Respuesta de la figura 5

Cabe resaltar que estas tareas son poco usuales en la enseñanza de las fracciones en la primaria y como se aprecia, esta movilización del todo (continuo) hace variar la complejidad de la tarea. Asimismo, entre las tareas propuestas por Silva (2005), están las que movilizan el concepto de fracción como parte-todo a partir de sus diversas representaciones que tome la unidad como vemos en la siguiente figura.

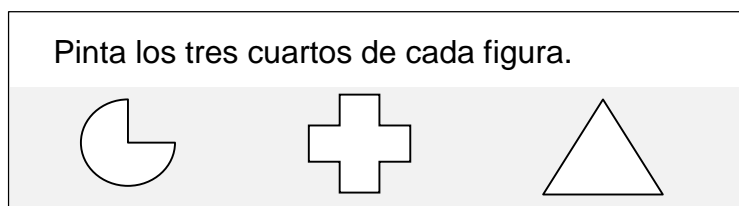


Figura 7. Representación gráfica del concepto parte-todo (continuo)

En estas tareas es necesario tener el concepto de fracción bien definido. No basta con decir que se pintará tres partes ni tampoco es suficiente indicar que hay cuatro partes iguales, sino llegar a comprender que son tres partes de las cuatro que hay en total. El poco nivel de logro de estas tareas hace que Fandiño (2009) las denomine como dificultades en la gestión de figuras no estándar. Situaciones como estas pueden muchas soluciones, a manera de ejemplo se presentan algunas de ellas en la figura 8.

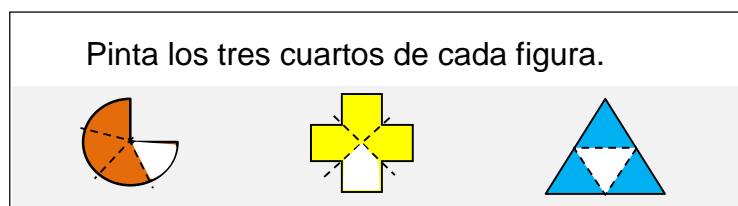


Figura 8. Respuesta de la figura 7

Es importante poner atención a algunos aspectos mencionados para evitar errores típicos en la concepción de fracciones en los estudiantes, en especial en lo referente a parte-todo. Puede referirse a utilizar figuras de formas poco usuales para ser divididas como también en el sentido de dividir el todo o la unidad y este se debe trabajar con la relación *igual* en algunos casos y *equivalente* en otros, como lo muestra la figura 9.

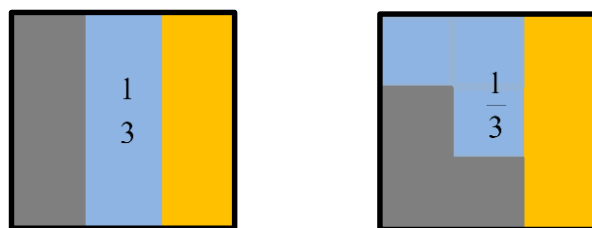


Figura 9. Representación gráfica de  $\frac{1}{3}$  de color celeste

Por lo general, la idea de encontrar de manera rápida modelos concretos a las diferentes situaciones hace que en ciertos casos no sea favorable, puesto que se crea la «imagen conceptual» de lo que el niño está construyendo y surgen así obstáculos didácticos para la construcción de conocimiento. En este caso, se generan dos dificultades, la primera es pensar que siempre el todo que va a ser dividido debe ser un cuadrado, rectángulo o círculo y es poco frecuente el uso de otra figura. La segunda dificultad es que siempre se habla de dividir en partes iguales, es decir, congruentes entre sí y no se menciona hacerlo en regiones equivalentes.

Otra de las tareas que precisa Silva (2005) es la de reconstrucción del entero, es decir, de la unidad en general cuando lo que se conoce es una parte. En tareas como estas se evidencia el concepto de fracción evocada de manera inversa, vale decir, comenzar de la parte y construir el todo como se aprecia en la figura. Así puede pedir:

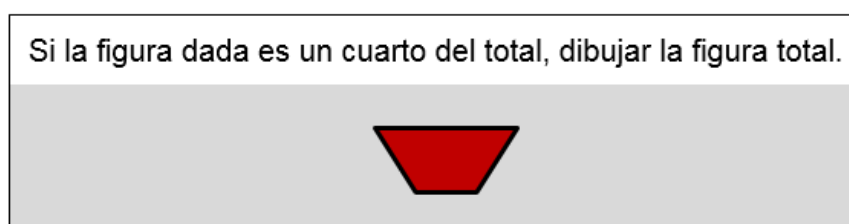


Figura 10. Representación gráfica del concepto parte-todo (continuo)

Este tipo de tareas es poco frecuente en las clases y les resulta complejo el resolverlo. A esto es lo que Fandiño le denomina dificultad al pasar de una fracción a la unidad que lo generó. Como se puede apreciar, las soluciones pueden tener diversas conformaciones o arreglos en cuanto a su representación. El concepto aplicado es que una región como la mostrada es  $\frac{1}{4}$ , es decir, es una de las cuatro partes iguales en las que ha sido dividida la unidad. Por lo tanto, la unidad puede

ser representada como lo observamos en la figura 11.

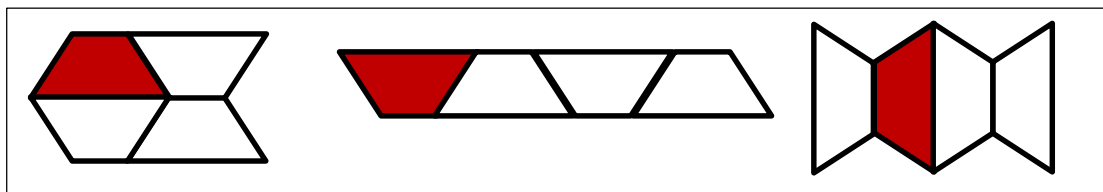


Figura 11. Ejemplos de respuesta de Figura 10

Se sabe que no puede ser este el único significado de fracción que conozca el estudiante en toda su escolaridad, dada las dificultades que a su vez esta noción pueden presentar. Por ejemplo, enfatizando la idea del todo, cuando piden representar una fracción impropia como  $\frac{7}{3}$ , en el caso de que el todo sea una torta, no se puede pensar coger 7 pedazos de una torta que ha sido dividida en 3 partes. Casos como estos hacen que la fracción comience a perder su significado intuitivo y genera confusión en el estudiante.

Se observa que hay tareas que implican situaciones que provocan conductas muy automatizadas o memorizadas, organizadas por un esquema único, a los que se denominó teorema en acción. Hay también, otras tareas en las que se va a manifestar el esbozo sucesivo de varios esquemas que combinados permiten llegar a la solución buscada, pero esto no es directo, requieren ser acomodados, separados y re combinados; este proceso se acompaña necesariamente de descubrimientos a los que se denominó concepto en acción (Vergnaud, 1990).

También se desarrolla el concepto de *fracción como parte-todo en cantidades discretas*, estas considera una unidad compuesta por elementos separados, es decir, un conjunto o colección de objetos como «todo» que será dividido en subgrupos de igual cantidad de objetos en cada uno. Para estos casos donde el «todo» es una unidad discreta, por ejemplo personas, juguetes, sillas, botellas, etc., se puede también hablar de fracción y su significado sería, por ejemplo: los  $\frac{3}{4}$  de este grupo de pelotas son azules, y su representación sería así:

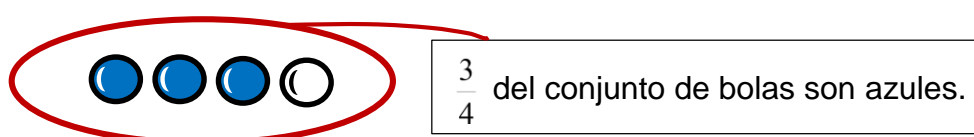


Figura 12. Representación gráfica parte-todo (discreto)

En estos casos, es necesario presentar situaciones y representaciones que dejen claro este significado de fracción como parte-todo en su forma discreta. En muchas situaciones de clase se posterga su presentación en la primaria y en ocasiones no llega a trabajarse hasta la secundaria. Es necesario comprender lo claro de la representación discreta y a la vez conocer de las dificultades implícitas en su manejo. A continuación se presenta un esquema que muestra este significado de fracción parte-todo discreto.

### Concepto de fracción parte-todo discreto


Representación gráfica	Expresión verbal	Representación simbólica
<p>¿Qué parte del conjunto de globos son rojos?</p> 	<p>Los globos rojos representan los dos quintos del total de globos.</p>	<p>Los <math>\frac{2}{5}</math> del total de globos son rojos.</p>

Figura 13. Representaciones del concepto parte-todo (discreto)

En la teoría de los campos conceptuales se enfatiza la conceptualización, la misma que se define por situaciones que son los referentes del concepto y, en este caso, es el conjunto de objetos discretos con el que se formarán grupos de igual cantidad de objetos al referirse a la fracción. Cabe resaltar que en este significado juega un papel importante la jerarquía de inclusión, la atención a los atributos de agrupación, todas estas son habilidades de clasificación desarrolladas previamente. Veremos otro ejemplo de este significado parte todo discreto.



Figura 14. Ejemplo del concepto parte-todo (discreto)



De este grupo de siete estudiantes se quiere saber qué parte del grupo vino con pantalones largos. Pues bien, la respuesta es  $\frac{3}{7}$  del grupo de estudiantes. Situaciones como estas es donde pierde sentido la expresión «se divide en partes iguales», puesto que en el caso que se muestra en la tarea de la figura 14 hay 3 estudiantes con pantalones y no todos son iguales entre sí. Sin embargo, esto no impide decir que  $\frac{3}{7}$  del grupo de estudiantes usan pantalones largos. En este significado de fracción, también es necesario presentar situaciones y representaciones que dejen claro este concepto como parte-todo en su forma discreta. Cabe señalar que en este significado no tiene sentido la fracción impropia, es decir, si tenemos 6 botellas de gaseosa sería imposible coger  $\frac{7}{6}$  de esa cantidad de botellas. Quiere decir que, en este caso de parte-todo discreto, hay fracciones que tienen sentido y hay otras que no lo tienen.

También es considerable atender otro aspecto, y es que en las fracciones, en situaciones como estas, son imposibles de obtener sentido en las fracciones y que requieren de la construcción de otras nociones para hacer posible su solución. Nos referimos al caso de que en una cantidad de 12 caramelos quiera coger  $\frac{6}{8}$  de esa cantidad, es decir  $\frac{6}{8}$  de los 12 caramelos, esto es aparentemente imposible. Podrán resolverlo solo aquellos que hayan construido la noción de fracción equivalente, y sabiendo que  $\frac{6}{8}$  es equivalente a  $\frac{3}{4}$  y  $\frac{3}{4}$  de 12 caramelos sí es factible y son 9 caramelos. Esta situación nos lleva a tomar en consideración que hay conocimientos que se van dando a la vez, es como que se sobrepone su aprendizaje. Esta naturaleza de simultaneidad de construcciones suelen generar muchas dificultades en los estudiantes.

La complejidad de las tareas puede observarse como en el ejemplo mencionado de los caramelos que reúne más de una noción puesta en juego (fracción parte-todo discreto y equivalencias), también como el ejemplo siguiente que implica el significado parte-todo discreto pero no es exclusivo solo a este, sino

que se moviliza a otro de los que veremos más adelante (fracción como operador).

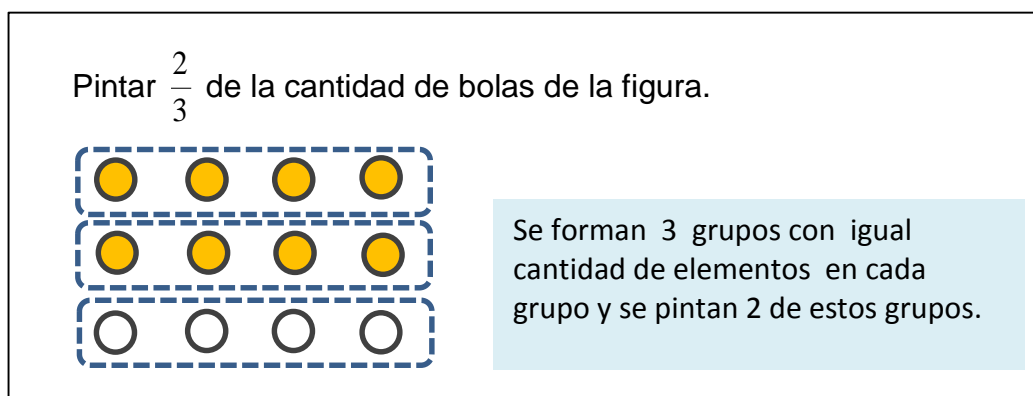


Figura 15. Ejemplo del concepto parte-todo (discreto)

Nuevamente se señala la importancia de trabajar los diferentes significados de las fracciones, puesto que solo uno o algunos de ellos no son suficientes para entender y resolver las distintas tareas que se presenta. En este significado parte-todo discreto y continuo, se trabaja la expresión  $\frac{a}{b}$ , donde  $a$  es la cantidad de partes de un todo dividido en  $b$  partes en total y debe resaltarse lo importante de trabajar con la representación gráfica y simbólica de la fracción y lo necesario que es trabajar con el proceso de construcción conceptual.

Otro de los significados de la fracciones es la *fracción como cociente*. Esta se presenta en situaciones de reparto, cuando un todo o «unidad» se distribuye de manera equitativa entre un número de personas o de partes. De esta manera, Silva (2005) señala que los fenómenos asociados al concepto de fracción como cociente están relacionados con la operación de dividir un número natural por otro siendo su resultado no exacto, es decir, un número no natural ( $a \div b = a / b$ ). En este significado, es posible ver la fracción  $\frac{a}{b}$  como una división no necesariamente efectuada sino simplemente indicada, es decir, para  $a \div b$  la interpretación más intuitiva que tenemos es la de «hay  $a$  objetos y los dividimos equitativamente en  $b$  partes».

A diferencia de las situaciones anteriores, en esta « $a$ » puede ser mayor, menor o igual que « $b$ ». Por ejemplo, al dividir tres pizzas entre 5 personas, ¿cuánto

le tocaría a cada uno? Se puede proceder de dos maneras para responder:

Una forma sería dividir  $3 \div 5$  y al resolver la operación podría representarse en notación decimal como 0,6 de pizza a cada uno.

Otra forma sería el dejar  $3 \div 5$  indicado y quedaría  $\frac{3}{5}$  de pizza a cada uno.

Como se observa, este significado de fracción como cociente conecta la noción de fracción con la de número decimal. A continuación se presenta en la figura 16 un esquema que muestra este significado de fracción como cociente:

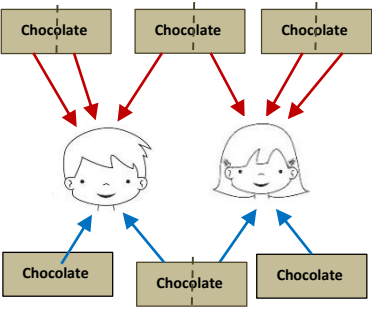
Concepto de fracción parte-todo como cociente		
Representación gráfica	Expresión verbal	Representación simbólica
<p><i>Se reparte 3 chocolates iguales entre 2 amigos de manera equitativa. Observa:</i></p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cada amigo recibe tres medios de chocolate.</li> </ul> <p>O también:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Cada amigo recibe un chocolate y medio.</li> </ul>	<p>Cada amigo recibe <math>\frac{3}{2}</math> de chocolate.</p> <p>Es decir, para saber cuánto recibirá cada amigo, se tendrá que dividir 3 entre 2.</p> <p>Por lo tanto, cada uno recibirá:</p> $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} \text{ de chocolate}$

Figura 16. Representaciones del concepto de fracción como cociente

Como ejemplo de fracción como cociente, Silva (2005) propone una situación donde conecta este concepto y sus respectivas equivalencias en representación. La tarea señala que se distribuyen cinco pizzas entre cuatro personas, ¿cuánto de pizza recibirá cada persona? En esta tarea se puede proceder de diferentes formas, a continuación se darán dos ejemplos de respuesta.

En la primera forma, dividir cada pizza en 4 partes iguales dándole a cada persona 5 de esas partes, recibiendo cada uno  $\frac{5}{4}$  de pizza.

En la segunda forma, a cada persona se le da una pizza entera y solo se divide la última en 4 partes iguales, recibiendo cada una  $1\frac{1}{4}$  de pizza.

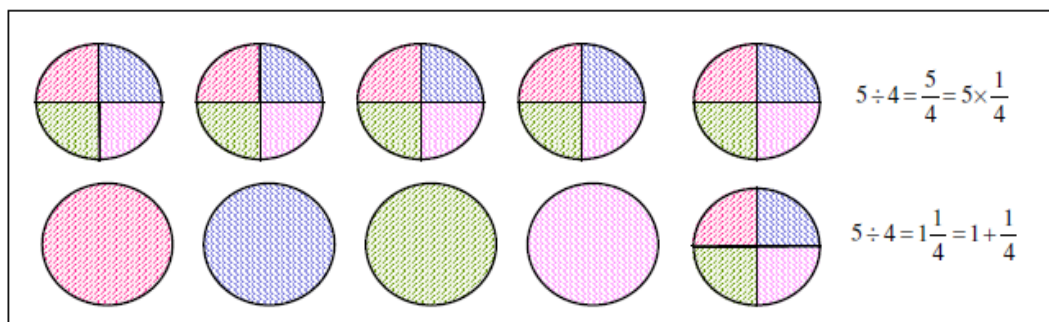


Figura 17. Representación gráfica de fracción como cociente

Información obtenida de Silva (2005).

En estas representaciones y de la manera que se ha operado en ellas, se establece la siguiente equivalencia:

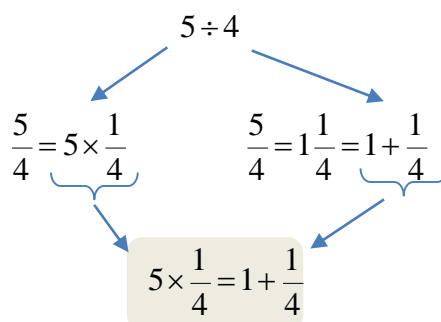


Figura 18. Representación simbólica de fracción como cociente

Estas son situaciones basadas en el reparto y generan el concepto de fracción desde otro significado donde se involucra también la noción parte-todo. Esto se confirma en la teoría de los campos conceptuales cuando señala que los conocimientos que se van adquiriendo se construyen a partir de las situaciones y problemas que previamente el individuo domina haciendo uso de habilidades y conocimientos previamente adquiridos.

Otro significado es el de la fracción como *razón*. Este significado surge de sentidos muy distintos a los anteriores. En él no estamos dividiendo un conjunto ni un todo en partes iguales, tampoco estamos repartiendo equitativamente una cantidad de elementos en ciertos grupos. En este caso en particular, al margen de dividir o repartir cantidades, lo que se hace es *comparar* cantidades ya sean continuas o discretas y estas situaciones de comparación pueden darse entre dos cantidades de la misma o diferente magnitud.

De esta manera, Silva (2005) manifiesta que las tareas asociadas a la concepción de razón generalmente no permiten asociar la idea de reparto como los conceptos mencionados, sino que asocia la idea de comparación entre dos medidas. Por lo tanto, el sentido de la representación  $\frac{a}{b}$  o  $a \div b$  podría ser entendido como una comparación entre dos cantidades, sin necesariamente transmitir una idea de número. En estas situaciones se parte de una comparación de dos cantidades que se relacionan entre sí, esta relación puede darse de manera exacta o no, lo que da lugar a diferentes representaciones de un número fraccionario. A continuación se presenta un esquema que muestra este significado de fracción como razón.

### Concepto de fracción como razón

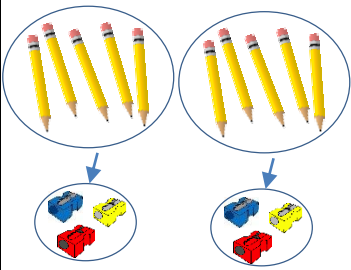
Representación gráfica	Expresión verbal	Representación simbólica
<p><i>Compara la cantidad de lápices y tajadores que están sobre una mesa.</i></p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Teniendo como referente la cantidad de lápices. <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Por cada 5 lápices hay 3 tajadores.</li> <li>✓ Por cada 10 lápices hay 6 tajadores.</li> </ul> </li> <li>• Teniendo como referente la cantidad de tajadores. <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Por cada 3 tajadores hay 5 lápices.</li> <li>✓ Por cada 6 tajadores hay 10 tajadores.</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Teniendo como referente la cantidad de lápices. <math display="block">\frac{\# \text{tajadores}}{\# \text{lápices}} = \frac{3}{5} = \frac{6}{10}</math> </li> <li>• Teniendo como referente la cantidad de tajadores. <math display="block">\frac{\# \text{lápices}}{\# \text{tajadores}} = \frac{5}{3} = \frac{10}{6}</math> </li> </ul>

Figura 19. Representaciones del concepto de fracción como razón

Como se aprecia, cuando hay una relación entre dos cantidades  $a$  y  $b$  (una razón) se establece un índice de comparación entre esas partes y se asocia esta interpretación a la relación parte-parte y a la relación conjunto a conjunto. En estos casos no existe una unidad, un todo que permita ver la fracción. De esta manera, por ejemplo,  $\frac{2}{3}$  asociado al concepto de razón, no se podrá entender como «dos tercios» pero sí como «dos para tres». Algunas de las situaciones donde se presenta este uso de fracciones están asociadas a mezclas y aleaciones, comparaciones, escalas de mapas y planos, recetas de cocina, entre otras. Así, si tenemos que una varilla que mide 20 cm de largo y la otra mide 25 cm, podemos decir que la longitud de la primera varilla es  $\frac{4}{5}$  de la segunda varilla. También

podríamos hablar de cantidades discretas, por ejemplo en una caja hay 9 peras y 12 manzanas, entonces se diría que en esa caja, la cantidad de peras es  $\frac{3}{4}$  de la cantidad de manzanas.

Otra de las particularidades de este modelo es que se relaciona mucho con la proporcionalidad. Por ejemplo, si dos varillas  $V_1$  y  $V_2$  están en relación de  $\frac{4}{5}$ , estas pueden tener diferentes medidas pero guardando la misma relación o razón entre ellas, así se tiene, por ejemplo:

Tabla 1.

*Longitud de las varillas  $V_1$  y  $V_2$*

<b>Varilla <math>V_1</math></b>	<b>8</b>	<b>12</b>	<b>16</b>	...	<b>A</b>
<b>Varilla <math>V_2</math></b>	10	15	20	...	B

Todas estas representan medidas posibles de las dos varillas. Cabe señalar que en este caso es posible que intercambien los elementos si la relación se expresa de manera diferente. En ese caso diríamos que el  $V_2$  son los  $\frac{5}{4}$  del  $V_1$ . De esta manera podemos afirmar que  $V_1$  y  $V_2$  están en relación de  $\frac{4}{5}$ , así como  $V_2$  y  $V_1$  están en relación de  $\frac{5}{4}$ . Estas dos afirmaciones significan lo mismo ya que en cierto sentido son intercambiables.

La siguiente figura muestra algunas tareas de fracción como razón.

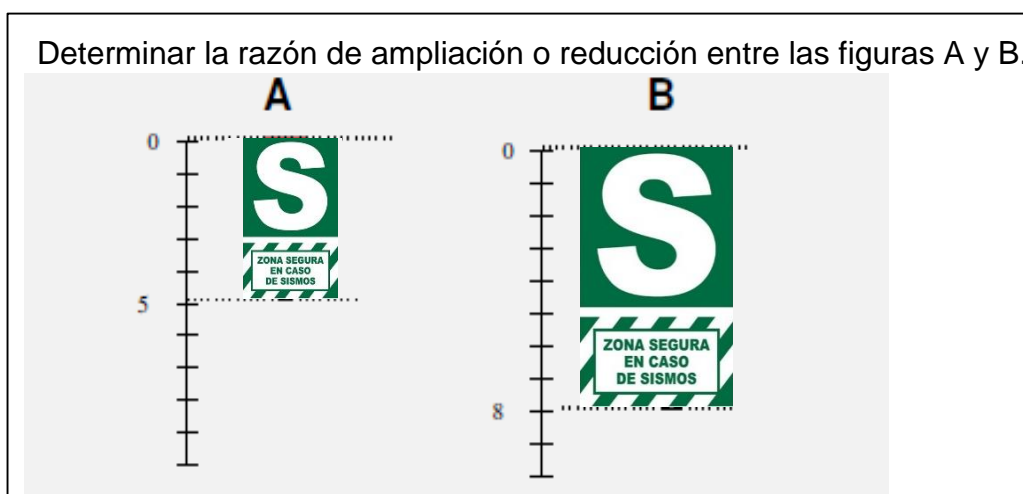


Figura 20. Representación gráfica del concepto de fracción como razón

Para resolver este tipo de tareas se compara las alturas de ambas figuras y se establece la razón de comparación, es decir, la medida de la altura de la figura A es 5 unidades y la de la figura B es 8 unidades, entonces la razón de ampliación de A para B es «5 para 8» o «5 es a 8». También se pudo responder en función a la reducción, es decir la razón de B para A es «8 es a 5».

Otro ejemplo de razón parte-parte con cantidades continuas puede ser cuando se pide preparar una jarra de refresco donde se utiliza 4 vasos de jugo concentrado y 12 vasos de agua. En esta situación, ¿cuál es la razón de jugo para agua? Esta tarea trae implícita la noción de fracción y se podría decir que «para cuatro vasos de jugo se usa 12 vasos de agua», esto es «1 es a 3», es decir, la cantidad de vasos de jugo es  $\frac{1}{3}$  de la cantidad de vasos de agua. En conclusión, la razón expresada como «x es a y» implica las equivalencias y el razonamiento proporcional para entender las representaciones  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  (Silva, 2005).

El modelo trabajado en esta concepción de fracción como razón confirma lo que Vergnaud (1990) señala acerca de la teoría de campos conceptuales al decir que son las situaciones las que dan sentido al concepto, como los que hemos visto de reparto equitativo, o de división de un conjunto en partes o en este caso de comparar cantidades. Por otro lado, están los invariantes operatorios los que constituyen su significado y estos son los conceptos generados de parte todo, cociente, razón. Finalmente están las representaciones simbólicas que expresan su significante y que estas pueden ser también gráficas o en lenguaje usual.

Las dificultades alrededor de este concepto de fracción como razón, es que en las escuelas no se trabaja la comprensión del mismo ni se apoya en representaciones diversas tanto gráficas como simbólicas y se pasa directamente a realizar un trabajo de cálculo respondiendo a un planeamiento algorítmico, muchas veces no entendido. Estas situaciones aparecen repentinas como por ejemplo «la medida de dos ángulos complementarios están en razón de 2 es a 3» y generalmente son trabajadas con artificios no comprendidos.

Otro de los significados de la fracción es el de *operador*. Esta noción la fracción actúa sobre una cantidad mediante relaciones operativas de división y multiplicación, para luego transformarla en una nueva cantidad. Este significado de operador multiplicativo es el más usado en la escuela.

Por ejemplo, se pide coger los  $\frac{3}{5}$  de 15 lápices que hay en una mesa e inmediatamente se lleva a traducir que «de» significa «por» para plantear  $\frac{3}{5} \times 15$  y luego operar de la siguiente manera  $(15 \div 5) \times 3$ , es decir, coger 9 lápices. Podemos ver que la fracción como operador actúa sobre los números puros más que sobre los conjuntos o sobre los objetos.

Como vemos, este significado está muy lejano de aquel inicial de parte-todo. Kieren (mencionado en Perera y Valdemoro, 2007) afirma que la fracción como operador es el de transformador multiplicativo de un conjunto hacia otro conjunto equivalente. Silva (2005), señala que la fracción funciona como operador al ser interpretada como una cantidad que actúa sobre otra transformándola. Es decir, cada uno de los elementos de la fracción  $\frac{a}{b}$  afecta de manera distinta en el resultado final, las cuales son multiplicar por  $a$  y dividir por  $b$ . En este caso, no hay exigencias en las relaciones de orden entre  $a$  y  $b$ , de manera que  $a$  puede ser mayor, menor o igual que  $b$ . Además, la fracción es interpretada como algo que actúa y modifica una situación, es decir, asume un papel transformador realizando una secuencia de operaciones de multiplicación y división.

A continuación se presenta un esquema que muestra este significado de fracción como operador.



### Concepto de fracción como operador

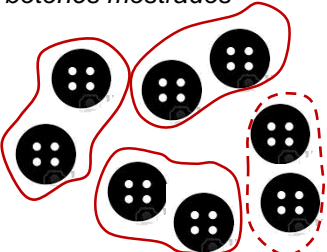
Representación gráfica	Expresión verbal	Representación simbólica
<p>Se utilizan los <math>\frac{3}{4}</math> de los 8 botones mostrados</p> 	<p><math>\frac{3}{4}</math> de los 8 botones, se forman 4 grupos iguales y se toman 3 de ellos.</p> <p>Entonces los <math>\frac{3}{4}</math> de 8 botones son 6 botones.</p>	<p>Los <math>\frac{3}{4}</math> de 8 botones = ?</p> <p>Se procede:</p> $\frac{3}{4} \times 8 = 3 \times 2 = 6 \text{ botones}$ <p>O también:</p> $\frac{3}{4} \times 8 = \frac{3 \times 8}{4} = \frac{24}{4} = 6$

Figura 21. Representaciones del concepto de fracción como operador

Ejemplos de transformar cantidades por la acción de un operador fraccionario lo tenemos en tareas cuando se pide construir un cuadrado cuyo lado tenga  $\frac{2}{3}$  de la medida del lado del cuadrado dado. (Lado del cuadrado dado mide 12 unidades)

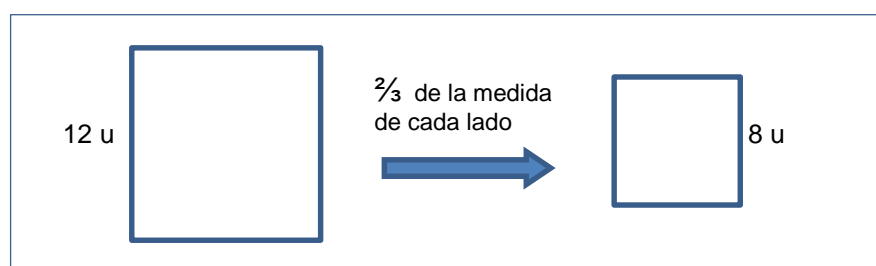


Figura 22. Representación gráfica de fracción como operador

Para resolver esta tarea se puede aplicar la siguiente técnica: el cuadrado presenta como medida de lado 12 unidades y este debe ser transformado en un nuevo cuadrado de medida  $\frac{2}{3}$  de 12. Entonces, primero se realiza  $12 \div 3$  para luego multiplicar el cociente por 2, obteniendo la medida aproximada de 8, es decir:

$$\frac{2}{3} \text{ de } 12 = \frac{2}{3} \times 12 = (12 \div 3) \times 2 = 8$$

Estos pasos pueden ser relacionados con los momentos del operador cuando actúa sobre un estado inicial, para modificarla y conseguir un estado final.

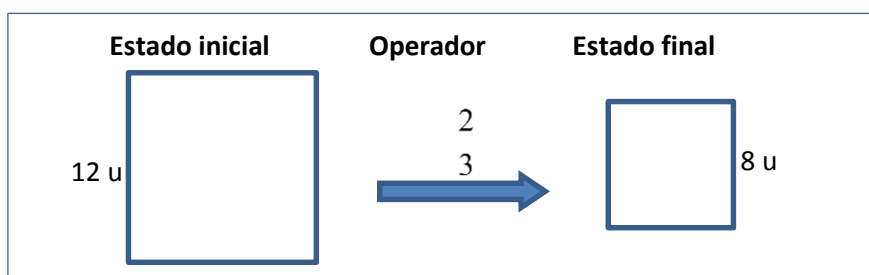


Figura 23. Representación gráfica de fracción como operador

Este caso puede ser resuelto asociado a proporciones, de la forma  $\frac{2}{3} = \frac{x}{12}$ , donde

resuelve  $x = \frac{2 \times 12}{3} = 8$ .

La dificultad de alcanzar la comprensión de este significado es que también existe la posibilidad que sea trabajado solo como algoritmo sin llegar a la construcción y comprensión del mismo. En la teoría de los campos conceptuales se hace énfasis tanto a la situación como a las representaciones. Ante esto, Moreira (2002) señala que en la adquisición de concepciones, lo perceptual, en este caso lo visual tiene una importancia relevante en la construcción de conocimientos por los sujetos, sin embargo, en el proceso de enseñanza aprendizaje se ha dado poca atención al papel funcional de esas concepciones. Así, para los maestros es necesario alternar con distintos recursos y representaciones para que los estudiantes comprendan lo que trabajan y no solo sigan rutinas operativas establecidas como respuesta de una palabra clave, como cada vez que diga «de» se cambia a «x» (por).

Finalmente, se presenta la fracción como *medida*. Cabe resaltar que es uno de los significados más cotidianos de la fracción y que se presenta desde muy temprano en el niño cuando hace uso de unidades no convencionales. Sin embargo, es frecuente confundir esta noción con el uso de unidades de medida. Por ejemplo: 0,75 litros de gaseosa, que no es la fracción como medida porque  $\frac{3}{4}$  de un litro es la capacidad de la botella y no es una parte del todo a diferencia de una botella de un litro que está llena hasta los  $\frac{3}{4}$  de la misma. Un caso similar sería una cinta de  $\frac{1}{2}$  metro de largo.

Estas situaciones de medida se podrían explicar a partir de situaciones en las que se miden las longitudes de algunos objetos, pues ellas reflejan las limitaciones de los números naturales para poder expresar con estos los resultados de una medición buscando mayor exactitud. Por ejemplo cuando un niño mide el largo de su arco para jugar fulbito en un campo abierto. Mide con sus pies puede determinar que los arcos tienen 12 pies y medio de largo.

Surge entonces la necesidad de tener nuevos números para cuantificar estas medidas de longitud. Es así como manipulando un patrón, llamado unidad de medición, entendemos que medimos cantidades continuas y el recuento de cantidades discretas. En este caso tenemos como resultado medidas que no son ni múltiplos ni divisores de la unidad utilizada y esto genera números fraccionarios para indicar la comparación realizada. En esta noción la fracción surge de comparar dos magnitudes, de las cuales una de ellas, es el referente para medir y la otra, es la que se quiere medir. Kieren, citado en Perera (2007), señala que la fracción como medida es el número que se le asigna a una región o a una magnitud (de una, dos o tres dimensiones), producto de partir en partes iguales una unidad que es la que se mide. A continuación se presenta un esquema que muestra este significado de fracción como medida.

### Concepto de fracción como medida

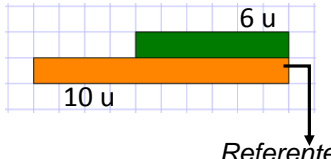
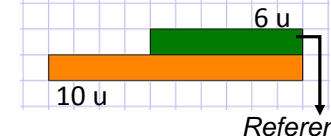
Representación gráfica	Expresión verbal	Representación simbólica
<ul style="list-style-type: none"> <li>¿Cuántas regletas verdes representan la regleta naranja?</li> </ul>  <ul style="list-style-type: none"> <li>¿Qué parte de la regleta naranja representa la regleta verde?</li> </ul> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>Una regleta naranja equivale a <math>1\frac{4}{6}</math> de una regleta verde.</li> <li>Una regleta verde equivale a los <math>\frac{6}{10}</math> de una regleta naranja.</li> </ul>	<div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> Regleta verde= <math>V</math>  Regleta naranja= <math>N</math> </div> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>N = 1\frac{4}{6}V</math></li> <li><math>V = \frac{6}{10}N</math></li> </ul>

Figura 24. Representaciones del concepto de fracción como medida

Con relación a las tareas y técnicas vinculadas al concepto de fracción como medida, Silva (2005) sugiere algunas tareas en las que la representación lineal es un buen soporte para su comprensión. Se presenta un ejemplo donde se pide determinar las medidas de los segmentos divididos en partes iguales.

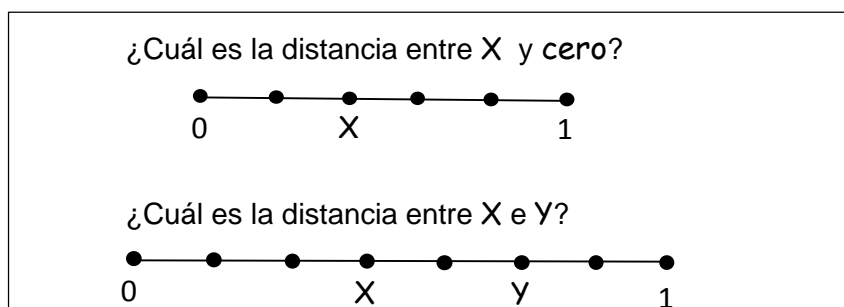


Figura 25. Representación gráfica de fracción como medida

Estas tareas se pueden resolver por la técnica del doble conteo de las partes. En la primera se considera a la unidad dividida en 5 partes de igual longitud y del punto «0» al punto «X» se cuenta dos partes, por lo que se indica que la fracción es  $\frac{2}{5}$ . El modelo se asocia a tareas que están directamente relacionada con el concepto de parte-todo. La segunda tarea se puede realizar también con el conteo de partes, como en la noción parte-todo, para ello primero, se debe identificar cuál es la unidad (de 0 a 1) y en cuántas partes iguales ha sido dividida esta unidad; luego, se ubica los puntos de referencia X e Y para medir la distancia entre ellos asociando esta medición con la longitud con  $\frac{2}{7}$ . En este tipo de tareas, la variación del objeto a medir puede variar hasta requerir tareas cada vez más complejas como las que tienen los esquemas mayores que 1. Estas tareas permiten el uso de la medida tanto en forma mixta como impropia y también se puede relacionar con la suma de fracciones.

La gradualidad en estas tareas está dado por la relación de los datos que se den de manera explícita, como los anteriores ejemplos, pero también puede darse segmentos donde se requiera determinar medidas de los segmentos no divididos en partes iguales. En estas tareas conviene hacer una división del entero (unidad) en partes de la misma medida y de esa manera se podrá utilizar la técnica del doble

conteo para encontrar la medida de 0 a X y de X a Y. También están las tareas de presentar una medida y calcular la unidad, proceso inverso al que suele usarse en las clases. En estas tareas se puede realizar la división de segmentos por construcción o también por estimación, habilidad muy importante en la construcción de este concepto de fracción. Por ejemplo:

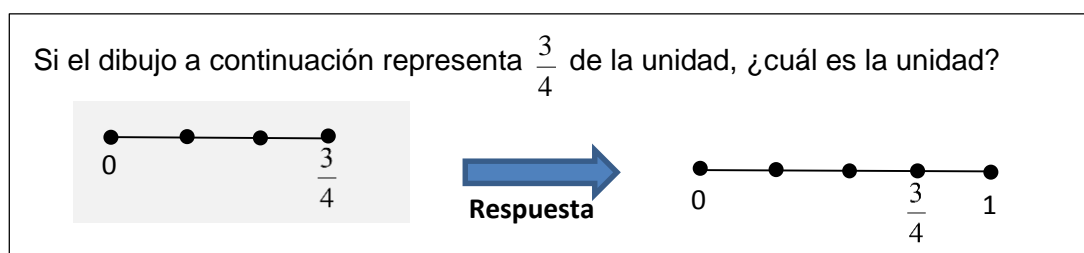


Figura 26. Representación gráfica de fracción como medida

Este concepto de fracción es ideal para presentar medidas menores, iguales o mayores que 1. También sirve como soporte para la comprensión de adiciones y sustracciones con fracciones del mismo denominador así como trabajar fracciones equivalentes.

La teoría de campos conceptuales sirve de soporte para explicar los procesos necesarios en el aprendizaje de la Matemática, en especial en los conceptos de fracciones. Lo primero es señalar, como indica Vergnaud, que la teoría de los campos conceptuales tiene su punto de partida sobre un principio de elaboración de los conocimientos a partir de la práctica misma del estudiante, señalando que no es posible quedar solo en la teoría, ni priorizar el simbolismo, ni tampoco quedarse solo en las situaciones. Por tanto, es necesario analizar el sentido de estos elementos, tanto de las situaciones, de los conceptos y de los símbolos en función a la acción misma del sujeto en acción y la organización de su conducta. Es necesario para el aprendizaje de los conceptos de la fracción que sea el mismo estudiante el centro de la actividad quien, con su conducta, ponga en juego esquemas adquiridos y logre generar otros esquemas nuevos a partir de ellos. Los conocimientos que logre alcanzar el sujeto están atados a un proceso de conocimientos previos y construcción de otros que se van desarrollando a lo largo del tiempo.

### **1.3. Marco espacial**

Esta investigación tomará como centro el análisis de la comprensión del concepto de fracción en los estudiantes durante su escolaridad, por ello se tomará como base la información obtenida por la Evaluación Censal de Estudiantes (ECE) de segundo grado de secundaria, que es una evaluación estandarizada que se propone aplicar, el Ministerio de Educación, cada año a todas las escuelas del país, tanto públicas como privadas con el propósito de conocer en qué medida los estudiantes que finalizan el VI ciclo de escolaridad, logran los aprendizajes esperados para su grado. Esta evaluación se dio en el Perú en los años 2015 y 2016 y fue aplicada a los estudiantes de segundo grado de secundaria en Matemática y en otras dos áreas. La ECE tiene como propósito recoger información sobre cuánto han aprendido los estudiantes al finalizar un grado determinado en ciertas áreas como también, proporcionar información a distintos actores (escuela, UGEL, DRE y país); y permitir tomar decisiones a nivel de sistema educativo para mejorar la calidad de los aprendizajes (Minedu, 2016d).

Se hace necesario abordar temas como estos, que de manera reciente se hace explícitos en los programas curriculares y que antes no formaron parte de la formación docente tanto en institutos como en las universidades, de esta manera sería también considerado como un soporte de capacitación para los actores vinculados a los docentes que están en las aulas.

### **1.4. Marco temporal**

La presente investigación busca profundizar en el análisis de un grupo de ítems que formaron parte de la Evaluación Censal de Estudiantes (ECE) de matemática del segundo grado de secundaria. De toda la escala de preguntas, se toma como referencia las preguntas de la competencia resuelve problemas de cantidad y que corresponden al constructo de fracciones. Las evaluaciones censales aplicadas a este grado se llevaron a cabo a nivel nacional en dos momentos, la primera evaluación fue en noviembre 2015, cuyo tratamiento estadístico de la información se dio por algunos meses publicando sus resultados en marzo del 2016. La

segunda evaluación censal se dio en noviembre del 2016 y sus resultados se publicaron en marzo 2017. Cabe resaltar que la difusión de resultados se hace a diferentes escalas y acompañados de informes dirigidos a distintos actores como directores, especialistas, docentes y padres de familia.

En estos documentos, se logra hacer explícito los logros y las dificultades en el aprendizaje que evidencian los estudiantes de los grados evaluados. Si bien con estos documentos se liberan algunos ítems y con ello se hace un análisis profundo de esos ejemplos, lo que se busca en este trabajo es investigar acerca de cuanto comprenden y aplican los conceptos de fracción en las distintas situaciones propuestas. Esto ha llevado a solicitar en el mes de enero del presente año la información detallada y precisa, de los ítems correspondientes a fracciones, a la Oficina de Medición de la Calidad de los aprendizajes que ha hecho posible revisar y hacer un tratamiento adecuado que permita comunicar el estado de la variable en estudio y con ello brindar orientaciones al sector. El estudio se está realizando sobre la información de base de datos de estas medidas bajo la metodología Rash que permite clasificar y ordenar los ítems en función a la habilidad de los estudiantes. Se estima que el presente estudio debe culminar en el mes de abril 2018.

### **1.5. Contextualización: histórica, política, cultural, social. Supuestos teóricos.**

Actualmente se viven escenarios que implican cambios globales de importancia dados en gran parte por la evolución de la ciencia y la tecnología. Esto conlleva a considerar cambios profundos en factores que afectan a la sociedad, entre ellos, replantear la función de los sistemas educativos en el mundo. Este es el panorama que se vive también en el país, situación que aborda cambios curriculares que se viene dando en los últimos cuatro años. El punto de partida en el Currículo Nacional de la Educación Básica en nuestro país enfatiza los valores y la formación ciudadana de los estudiantes para que pongan en práctica sus deberes y derechos y también el desarrollo de competencias que les permita responder con éxito las demandas de estos tiempos. La esencia de estas renovaciones curriculares se

basan en un cambio de paradigma de cómo se concibe la educación, ya no como un proceso pasivo de asimilación y reproducción de conocimientos centrado en el docente sino que se transforme en un rol activo, de construcción de aprendizajes y toma de decisiones donde la actividad debe estar centrada en el estudiante (Minedu, 2016c).

Cabe señalar también, que desde muchos años atrás, en las instituciones educativas peruanas, se viene trabajando desde los primeros ciclos de la escolaridad el aprendizaje de las fracciones, como lo señala el currículo nacional. El propósito fundamental es alcanzar desde la primaria la comprensión del concepto de fracción para que posteriormente, sobre ello, se puedan construir otros aprendizajes como es el conjunto de números racionales. Sin embargo, las evidencias recogidas en las evaluaciones estandarizadas nacionales indican que la comprensión de las fracciones es una gran dificultad y los estudiantes no logran tener desempeños aceptables al aplicar estas nociones. Se sabe que dificultades como estas tienen su punto de partida en diversos aspectos del proceso de enseñanza aprendizaje como también en la formación disciplinar de los docentes y futuros docentes.

Dados los cambios curriculares, la evidencia de los aprendizajes a partir de las evaluaciones estandarizadas, y la importancia del uso de las fracciones en situaciones de la vida, es que investigar acerca del concepto de fracción a partir de sus significados toma vital importancia, sobretudo cuando se observa que en estos nuevos diseños curriculares se hace explícito la gradualidad de los significados que se debe abordar en los diferentes ciclos de la escolaridad. Si bien se señalan con la precisión requerida en cada estándar y desempeño el uso de los conceptos de fracción en las diferentes capacidades, es todavía un desafío para el docente tener claro estos conocimientos, diferenciarlos y, más aún, contar con el soporte didáctico para apoyar su proceso de enseñanza aprendizaje. Por ello, la importancia de analizar la forma cómo se desarrollan estos conceptos tanto en los estudiantes de la básica regular, en los estudiantes de educación así como el dominio que tienen los docentes en servicio de estas nociones.



## **II. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN**

## **2.1. Aproximación temática: observaciones, estudios relacionados, preguntas orientadoras.**

Como país se viene participando en diversas evaluaciones internacionales que tienen como finalidad medir el logro de los aprendizajes de los estudiantes en determinados niveles de escolaridad. Una de ellas es el Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA) que se realiza cada 3 años. Esta evaluación está dirigida a estudiantes de 15 años de edad que han sido seleccionados al azar, estos estudiantes deben pertenecer a algún grado de secundaria o a la modalidad equivalente. Lo que busca PISA es conocer en qué medida los estudiantes evaluados, que están cerca a terminar su etapa escolar, son capaces de utilizar los conocimientos y habilidades matemáticas necesarios para enfrentar situaciones de la vida misma y los desafíos que presenta la sociedad.

PISA evalúa la competencia matemática en sus procesos de formular situaciones matemáticamente, emplear conceptos hechos, procedimientos y razonamientos matemáticos, e interpretar, aplicar y evaluar los resultados matemáticos en una variedad de contextos y en los contenidos de cantidad, espacio y forma, cambio y relaciones e incertidumbre y datos. Lo que busca PISA es dar a conocer si los estudiantes son capaces de aplicar lo aprendido en situaciones de la sociedad actual, al mismo tiempo permite analizar los resultados de Perú desde una mirada internacional, identificando similitudes y diferencias con otros sistemas educativos, permitiendo identificar casos de éxito y analizar los procesos de enseñanza-aprendizaje que han seguido otros países. PISA reporta los resultados de matemática en niveles de desempeño que permite comprender la gradualidad y complejidad de la prueba. Se consideran seis niveles de desempeño que son inclusivos entre sí, siendo el nivel 6 el que describe los desempeños esperados en la competencia matemática. Cabe señalar que también hay un nivel debajo del nivel 1 donde se agrupan a los estudiantes que no logran evidenciar los desempeños básicos y elementales que describe el nivel 1 (Minedu, 2017b).

Se sabe que hay muchos países de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) que participan de esta evaluación y tienen muy

buenos resultados como otros con resultados no tan elevados, siendo sus medidas promedio entre 400 a 600 puntos. En este sentido, para los países de la región, de Centro y Sud América, sus promedios están entre 320 y 420 aproximadamente. Para Perú, los resultados de los últimos años dan la alerta como país, de cómo están los aprendizajes y en qué medida están pueden ser utilizados en situaciones problemáticas diversas. La siguiente tabla muestra los resultados de Perú en PISA 2015.

Tabla 2.  
*Resultado de Perú, PISA 2015 en Matemática*

<b>Nivel</b>	<b>Resultado %</b>
6	0
5	0,4
4	2,7
3	9,8
2	21
1	28,4
Debajo del nivel 1	37,7
<b>Total</b>	<b>100,0</b>

Datos obtenidos de Minedu (2017b)

Son resultados como estos los que alertan de manera especial al país, a las autoridades correspondientes, manifestando la necesidad de urgente intervención en los planes de estudio, en la revisión de la currícula, en la atención a la formación docente en inicio y el monitoreo y capacitación a los docentes en servicio y de manera especial, el trabajo en las aulas que responda a aprendizajes significativos y de utilidad para la vida misma.

Programas como estos sirven de referentes para reflexionar en ¿cómo van los aprendizajes en los estudiantes peruanos, en relación a otros países? ¿Cómo va la tendencia de sus resultados? ¿Qué impacto tiene en la sociedad y en la toma de decisiones estos resultados? Cabe señalar que PISA, siendo una evaluación de corte no curricular, expresa evidencias concretas de las dificultades presentan los estudiantes y que deben ser atendidos con prontitud, tanto al ser trabajados con docentes y estudiantes, inclusive con intervenciones en los documentos de

planificación. Elementos de estas evidencias coinciden con aspectos señalados en los resultados de las evaluaciones censales con carácter nacional y que en conjunto expresan la necesidad de utilizar los resultados para la toma de decisiones oportuna para buscar las mejoras correspondientes.

## **2.2. Formulación del problema de investigación**

Las dificultades planteadas para el aprendizaje de los conceptos de fracción podrían estar relacionadas a la forma como se aborda en la escuela esta noción, probablemente de manera instructiva y basada en la representación de un modelo simbólico abstracto, como también puede deberse al conocimiento restringido por parte del docente de los significados de la fracción. Por ello, es nuestro interés investigar en las tareas propuestas en la Evaluación Censal de Estudiantes (ECE) 2015 y 2016 la comprensión que tienen los estudiantes respecto al concepto de fracción en sus diferentes significados, en los estudiantes de segundo de secundaria, quienes deben estar consolidando el conjunto de números racionales en sus aprendizajes de la competencia de cantidad. Con este fin es que la investigación se centrará en el análisis de los resultados obtenidos por los estudiantes según la información dada por la Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes del Ministerio de Educación. Para ello se formula la siguiente pregunta:

### **Problema general**

¿Cómo se relaciona la comprensión del concepto de fracción y sus significados en los estudiantes de segundo grado de secundaria en la Evaluación Censal, 2015 y 2016?

## Problemas específicos

**P<sub>1</sub>:** ¿Qué significado de fracción se abordan en las tareas de la Evaluación Censal de segundo de secundaria?

**P<sub>2</sub>:** ¿Cuáles son los conceptos de fracción que tienen los estudiantes de segundo de secundaria?

**P<sub>3</sub>:** ¿Qué conceptos, situaciones y representaciones usan los estudiantes de segundo de secundaria al resolver tareas que involucran nociones de fracción?

## 2.3. Justificación

En los documentos oficiales para la enseñanza de la Matemática como Diseño Curricular, Mapas de Progreso o Rutas de Aprendizaje y, actualmente, la Resolución Ministerial 199-2015 y 649-2016, se resalta la importancia de desarrollar las competencias matemáticas en todos los estudiantes a lo largo de la Educación Básica Regular. Esto implica desarrollar habilidades y conocimientos matemáticos para usarlos en la solución de situaciones problemáticas y que le permitan formarse como ciudadanos participativos, capaces de tomar decisiones responsables y así afrontar exitosamente su medio y poder transformarlo.

Por ello, al realizar un análisis a nuestro nuevo currículo observamos que las nociones de fracción deben darse a partir de tercer grado de primaria con los significados de parte-todo con fracciones usuales, usando lenguaje numérico y diversas representaciones, además de encontrar equivalencias entre fracciones. Para el quinto y sexto grado de primaria, señala ampliar la noción de fracción como operador y como cociente, realizar operaciones con fracciones usando diversas estrategias y también equivalencias entre decimales, fracciones o porcentajes usuales. En el VI ciclo, al comenzar la secundaria, se pide resolver operaciones y problemas en diversos conjuntos numéricos que incluyen los racionales (Minedu, 2016c), como se muestra en el Anexo 1.

De esta manera, se confirma la importancia que tiene el desarrollar el concepto de fracción a través de sus diferentes significados que se aprenden gradualmente a lo largo de la escolaridad. Como vemos, la comprensión del concepto de fracción es un objetivo fundamental que se debe alcanzar desde los primeros grados de la escolaridad. En esta misma línea lo indica el National Council of Teachers of Mathematics (2000) y señala en su propuesta que en los grados 5.º, 6.º, 7.º y 8.º uno de los estándares de números se refiere a las fracciones y que el estudiante debe alcanzar el desarrollo de habilidades y flexibilidad operatoria con los números racionales.

Por las experiencias de clases, así como por las evidencias recogidas en las pruebas estandarizadas de Matemática, se observa que los estudiantes de Educación Básica Regular culminan la primaria sin alcanzar un adecuado aprendizaje en lo correspondiente a los conceptos de fracciones. Los resultados obtenidos en la Evaluación Censal de Estudiantes 2015 y 2016, evidencian que un grupo muy reducido de estudiantes a nivel nacional, aproximadamente 10% de la población, logran los aprendizajes de matemática esperados hasta ese nivel de escolaridad, dando evidencia que aún hay dificultades en adquirir algunos conocimientos matemáticos y entre ellos, el concepto de fracción (Minedu, 2016a) (Minedu, 2017a). Esto puede deberse a que no se aborda los significados de las fracciones y solo se enfatiza su representación gráfica o simbólica, como también que se enfatice el manejo de procedimientos y reglas ya establecidas que permiten resolver situaciones que requieran del uso de fracciones sin la necesidad de llegar a la comprensión de los mismos y, por lo tanto, se tendría un uso bastante limitado del concepto de fracción. Estas dificultades impiden comprender a cabalidad el nuevo conjunto numérico que estarían aprendiendo, el de los números racionales, que se debe consolidar su aprendizaje en segundo grado de secundaria.

Algunas investigaciones señalan que las dificultades presentadas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las fracciones puede deberse a diversos factores, entre ellos la pobreza conceptual que se maneja en la práctica escolar, en tareas de aula que son simples y con un solo sentido de significado, lo que hace que en determinadas circunstancias se impartan razonamientos inconsistentes,

procedimientos aislados de los conceptos, errores en los significados que aplican y falta de estrategias metacognitivas para dirigir procesos de solución (De León y Fuenlabrada, 1996). Este estudio pretende demostrar la relación e importancia que hay entre los significados y la comprensión del concepto de fracción como evidencia para ser trabajado en la planificación de actividades de clase, en su tratamiento mismo en aula así como para la planificación de procesos de retroalimentación oportuna a los estudiantes.

## **2.4. Relevancia**

En la última década, en el Perú, el Ministerio de Educación ha aplicado evaluaciones estandarizadas a los estudiantes de algunos grados de primaria y secundaria para medir su rendimiento en varias áreas, entre ellas, la competencia matemática. Los resultados de estas pruebas se presentan clasificando a los estudiantes evaluados en niveles de logro, siendo lo esperado el Nivel Satisfactorio. En este nivel se encuentran los estudiantes que han logrado los aprendizajes propios del grado y ciclo correspondiente de escolaridad y que están preparados para seguir afrontando los retos de aprendizaje de los ciclos siguientes (Minedu, 2016a).

Los resultados obtenidos en diferentes evaluaciones estandarizadas en este periodo expresan las dificultades que tienen los estudiantes en el aprendizaje de la Matemática, en especial en la competencia: Resuelve problemas de cantidad. En la Evaluación Nacional del 2004 (EN2004) se tuvo, con respecto al rendimiento de los estudiantes de sexto grado de primaria, solo un 7,9 % de estos alcanzaron un nivel satisfactorio (Minedu, 2005b). De la misma manera, en diciembre del 2013 se aplicó una Evaluación Muestral (EM2013), con representatividad a nivel nacional, a los estudiantes de sexto grado de primaria, de la cual resultó que solo el 16 % de estos están en nivel de logro satisfactorio en lo referente al aprendizaje de las matemáticas (Minedu, 2016b).

Uno de los aspectos evaluados que nos llaman a la reflexión es el de la competencia Resuelve problemas de cantidad y, de manera particular, queremos analizar la adquisición del concepto de fracción. Si bien el estudiante trae ya nociones de fracción de su vida cotidiana, como cuando divide un pan por la mitad o sabe lo que le toca cuando un chocolate se reparte entre tres amigos, en la escolaridad, es desde cuarto grado de primaria que se trabaja en las primeras nociones y representaciones de fracción, y en sexto grado de primaria, el estudiante ya debe haber adquirido diversos conceptos de fracción de manera sólida para operar con ellos y resolver situaciones futuras como lo señala el Diseño Curricular actual. De ahí que se espera que los estudiantes consoliden el concepto de fracción en segundo de secundaria para que pueda realizar adecuadamente la extensión de los conjuntos numéricos, con lo que accederán al aprendizaje de los números racionales. Por ello, cabe mencionar la importancia de adquirir estos conceptos de fracción de manera razonada y significativa para la vida misma y para posteriores aprendizajes de la disciplina, como son las operaciones con fracciones, decimales, porcentajes, las razones y proporciones, semejanza de figuras, razones trigonométricas, factor de conversión, fracciones algebraicas, entre otros.

Este estudio pretende demostrar a los docentes de que no solo se debe enseñar el objeto matemático, la fracción, sino también se construye el concepto atendiendo a sus significados con procesos matemáticos dentro del enfoque funcional de la Matemática. También brindará información sobre cuáles son los conceptos de fracción y la comprensión de su significado a partir de las situaciones planteadas, cuál es su importancia para un aprendizaje razonado y cómo se representa y aplica estos conceptos al resolver situaciones problemáticas. Estos conceptos son base de otros conocimientos matemáticos, entre ellos la noción de número racional.

## **2.5. Contribución**

Según las evidencias encontradas en investigaciones anteriores, se ha podido observar la dificultad que existe con respecto a la comprensión de los conceptos de



fracción que tienen los estudiantes durante la escolaridad, tanto en primaria como en secundaria, como también los estudiantes en formación de Educación Primaria y en algunas investigaciones hace referencia a los docentes en ejercicio. Dichas dificultades puede deberse al desconocimiento de los distintos significados de la fracción y a su mirada funcional de los mismo; por otro lado, puede ser que el trabajo en las aulas esté concentrado solo en uno de los significados de fracción, originando que los estudiantes no logren la comprensión cabal del concepto, no interpretan las diferentes representaciones y por lo mismo, tengan dificultad para resolver algunas situaciones problemáticas.

Es por ello que consideramos que este trabajo puede dar un valioso aporte a los docentes en formación como en servicio para poder comprender mejor el concepto de fracción, así como trabajar de mejor forma los aspectos propuestos en el Diseño Curricular correspondiente a estos aspectos. Los aportes y las evidencias encontradas pueden complementarse con otras investigaciones para:

- Brindar información objetiva acerca de la realidad del aprendizaje alcanzado por los estudiantes de segundo de secundaria con respecto a fracción a través de las tasas de repuesta que reportan las evidencias de la Evaluación Censal.
- Proporcionar a los docentes de primaria y secundaria un soporte que sirva de base para incrementar su conocimiento de contenido como conocimiento pedagógico en referencia a las fracciones, que aporte a su desempeño de aula.
- Brindar información que permita realizar estudios para investigar el nivel de comprensión de conceptos con respecto a la fracción que tienen los docentes en servicio como también los docentes en formación para, a partir de ello, dar propuestas que contribuyan en la formación inicial y continua de estos. Dichas propuestas deben considerar el concepto de fracción tanto desde un conocimiento pedagógico como disciplinar.

- Considerar los referentes teóricos planteados en la investigación que permitan desarrollar propuestas didácticas de uso de diversas representaciones en los diferentes significados de fracción que permitan un mejor aprendizaje en los estudiantes y una mayor comprensión del concepto. Se busca proponer estrategias didácticas a los docentes que permitan trabajar con material concreto, diversas representaciones, actividades grupales para que, de esta manera, construyan el concepto de fracción desde sus distintos significados tomando como referencia la Teoría de Campos Conceptuales.
- Realizar estudios que permitan brindar propuestas de trabajo en aula basadas en situaciones que estimulen el establecer relaciones integrando nociones matemáticas entre sí, donde el docente tenga una acción mediadora que lleve a un cambio de estado cognitivo frente a situaciones nuevas y retadoras y que contemplen actividades grupales en el proceso de construcción de aprendizajes.

## **2.6. Objetivos**

### **2.6.1. Objetivo General**

Interpretar la comprensión del concepto de fracción con sus significados en los estudiantes de segundo grado de secundaria en la Evaluación Censal, 2015 y 2016.

### **2.6.2. Objetivos Específicos**

**O<sub>1</sub>:** Conocer el significado de las fracciones en las tareas de la Evaluación Censal de Estudiantes de segundo grado de secundaria 2015 – 2016.

**O<sub>2</sub>:** Profundizar en los elementos que constituyen la conceptualización de la fracción en las tareas de la Evaluación Censal de Estudiantes de segundo grado de secundaria 2015 – 2016.

**O<sub>3</sub>:** Comprender las concepciones de fracción que el estudiante utiliza al resolver las tareas que involucran distintos significados de fracción en la Evaluación Censal de segundo de secundaria, 2015 y 2016.

### **III. MÉTODO**

### **3.1. Metodología**

La presente investigación se desarrolló mediante un enfoque cualitativo, con un diseño de teoría fundamentada y en un marco no experimental, de corte transversal y de alcance descriptivo. En referencia a la recolección de datos para la investigación, esta tesis es de tipo retrospectiva, con datos recogidos de la Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes del Ministerio de Educación predominando el análisis documental de la información recibida. Estos aspectos se explicarán en los acápites siguientes. Dado el carácter censal de la evaluación, los resultados corresponden a un 95% de los estudiantes del país en las tareas que involucran el tema a investigar.

#### **3.1.1. Tipo de estudio**

Esta investigación es de enfoque cualitativo donde se busca explorar la relación de la comprensión del concepto de fracción con sus significados, en los estudiantes de segundo grado de secundaria a partir de las evidencias en la Evaluación Censal, 2015 y 2016, momento en el que deben consolidar todos sus aprendizajes de fracción con el conjunto de números racionales. Nuestro propósito es centrar el análisis en las tareas que involucran la noción de fracción en la evaluación estandarizada, presentada en diferentes contextos y representaciones. Se busca comprender la relación entre significado y concepto para poder realizar una descripción pedagógica de los hallazgos en los resultados de los estudiantes. Es a través de este enfoque que se puede describir de manera directa las nociones y representaciones que tienen los estudiantes respecto a las fracciones, como también realizar una descripción de los errores encontrados al aplicar estas nociones y poder dar pautas de sus posibles causas.

### 3.1.2. Diseño

En el desarrollo de la presente investigación se empleó el diseño de la teoría fundamentada ya que se indaga acerca de la relación entre los conceptos y los significados que conforman el logro de aprendizaje de las fracciones en los estudiantes de segundo grado de secundaria. Esta investigación se da en un marco no experimental por hacer uso de una fuente donde no intervino el investigador directamente en su obtención, en su lugar, se utilizó los resultados sicométricos dados por la Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes del Ministerio de Educación, realizando así un análisis documental de la información recibida. No se realizó manipulación alguna de la variable presentada, comprensión del concepto de fracción y su significado, en todo momento se respetó la información dada y los fenómenos fueron observados en su ambiente natural, correspondiente a la tasa de acierto de las preguntas aplicadas en una prueba estandarizada; y luego analizados y descritos para lograr el enfoque pedagógico propuesto en la investigación. (Hernández, et al., 2014).

El estudio es de corte transversal puesto que los datos obtenidos en la ECE 2015 y 2016 fueron trabajados por el investigador en un periodo específico de tiempo, de enero a mayo del 2018, con el propósito de describir y analizar la variable descrita y poder comunicar las evidencias encontradas. La investigación fue de tipo descriptiva porque busca especificar propiedades y características relevantes en este estudio como son los conceptos de fracción, sus significados y su relación con los elementos que conforman la conceptualización. Estas variables se estudiaron a partir de la tasa de acierto de cada pregunta con el fin de describir tendencias en el grupo o algún tipo de manifestación de la variable. Esto permite categorizar las respuestas de los estudiantes en función a las evidencias mostradas por los distractores de cada ítem que permite relacionarlo con los elementos señalados en la teoría de campos conceptuales y los significados de las fracciones en sus distintas aplicaciones, que es el fenómeno en estudio (Hernández et al., 2014).

### **3.2. Escenario de estudio**

La Evaluación Censal de Estudiantes es una evaluación de sistema, estandarizada, es un esfuerzo del Minedu para corroborar que se esté dando una educación de calidad a todos los estudiantes del país de tal manera que todos puedan tener igualdad de oportunidades para poder prepararse y tener proyectos de vida. Con esta evaluación se busca tener información confiable, válida y comparable cuyo análisis permita brindar información a las distintas instancias del sistema educativo y tomar decisiones para mejorar el logro de los aprendizajes en el país. Entendiendo que el proceso de aprendizaje es integral y es un continuo, se busca evaluar en matemática, en estos últimos años, los distintos niveles de la escolaridad, es decir, en segundo grado de primaria, en cuarto grado de primaria y en segundo grado de secundaria, con carácter censal. Es en este marco que se tomará los resultados de la Evaluación Censal de Estudiantes 2015 y 2016, prueba dada a nivel nacional por alumnos de segundo grado de secundaria en el área de Matemática.

### **3.3. Caracterización de sujetos**

En el caso de matemática de segundo de secundaria, se comenzó a evaluar con la ECE en el año 2015 y también se realizó en el 2016 alcanzando en cada año, una cobertura de aproximadamente 99,5% de instituciones educativas a nivel de país, logrando evaluar en el 2016 a 503 841 estudiantes, correspondientes a las 26 regiones del país. Esto implica, tener resultados en gran embargadura y muy representativos del país (Minedu, 2016d). Es importante señalar que si bien se toman como base de información la ECE 2015 y 2016, estaremos hablando de la evidencia de respuesta no de una muestra sino de la población evaluada casi en su totalidad, hecho que le da representatividad a los resultados como también confiabilidad a los aportes obtenidos. Cabe señalar que este estudio se centra en los hechos recogidos como logro de aprendizaje tomando como referencia los datos de un subgrupo de ítems de toda la escala de la evaluación conformada por casi ítems en total y se analizarán solo 15 de ellos, por ser estos los que invocan el significado de fracción, contenido de esta investigación.

### 3.4. Trayectoria metodológica

La Evaluación Censal de Estudiantes (ECE) se caracteriza por que cada una de sus tareas propuestas responde al modelo de evaluación estipulado para evaluar la competencia matemática. Con este modelo es posible recoger información de cuánto aprenden los estudiantes del grado evaluado en matemática, respondiendo al enfoque que se expresa en nuestro Diseño Curricular Nacional y es el enfoque de *resolución de problemas*. El modelo de evaluación referido, consta de estos tres elementos: capacidades, conocimientos y contextos, todos ellos están en correspondencia con el documento curricular oficial, que es la R.M.n.º 199-2015 y como referencia toma las definiciones de las Rutas del Aprendizaje. Este modelo de evaluación se observa en la figura 27.

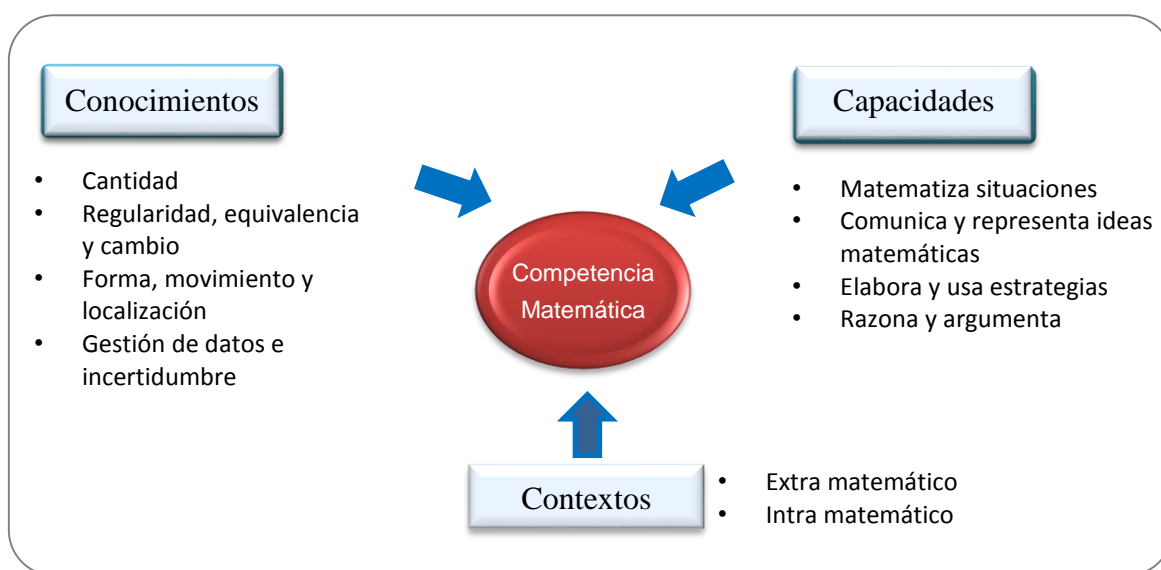


Figura 27. Modelo de Evaluación de la competencia matemática en la ECE  
Datos obtenidos de Minedu (2017a)

Por otro lado, esta prueba estandarizada se aplica a estudiantes de todo el país que cursan el segundo grado de secundaria, bajo parámetros de confiabilidad y confidencialidad. Siendo la ECE una prueba aplicada a gran escala, tiene la característica de ser una prueba a lápiz y papel. Otra característica importante, es el tipo de ítem que se utiliza. En la estructura de la prueba, el formato más recurrente es el de preguntas de opción múltiple, es decir, se presenta el enunciado de la pregunta y un número determinado de alternativas de las cuales



una de ellas es la correcta. Por otro lado, se tienen algunos ítems de respuesta construida, en donde el estudiante escribe, de manera redactada, la respuesta a la pregunta planteada o tarea formulada. Ejemplos de tareas de opción múltiple o de respuesta construida se observan en el Anexo 2, con algunos ítems liberados.

Cabe señalar, que la ECE en secundaria requiere recoger información de contenidos y habilidades que deben haber alcanzado los estudiantes en lo que va su escolaridad, inclusive desde la primaria. De esta manera, se cuenta con una evaluación que cubra un amplio espectro de capacidades y conocimientos que permitan evidenciar de manera más precisa lo que son capaces de hacer los estudiantes. Por ello, la evaluación de segundo de secundaria consta de 90 preguntas distribuidas a lo largo de toda la escala de medidas organizadas en bloques comunes y no comunes, generando formas distintas debidamente equiparadas desde el modelo Rasch, de tal manera que cada estudiante enfrenta una forma de 25 preguntas por cada uno de los dos días evaluados, es decir, cada estudiante resuelve un total de 50 preguntas. Esto permite tener evidencia de su aprendizaje respondiendo al modelo de evaluación propuesto, tanto en conocimientos, capacidades y contextos.

### **3.5. Técnicas e Instrumentos de recolección de datos**

La ECE de segundo de secundaria está distribuido en cantidad de preguntas, en cuanto a capacidad y contenido, de acuerdo a lo estipulado en el currículo nacional, tal como se muestra en las tablas 3 y 4.

Tabla 3.  
*Ítems por capacidad ECE 2° de secundaria en Matemática*

<b>Capacidad</b>	<b>Cantidad %</b>
Matematiza situaciones	38,9
Comunica y representa	27,8
Elabora y usa estrategias	17,8
Razona y argumenta	15,6
<b>Total</b>	<b>100,0</b>

Datos obtenidos de Minedu (2016d)

Tabla 4.  
*Ítems por contenido ECE 2° de secundaria en Matemática*

<b>Contenido</b>	<b>Cantidad %</b>
Cantidad	25,6
Regularidad, equivalencia y cambio	30,0
Forma, movimiento y localización	24,4
Gestión de datos e incertidumbre	20,0
<b>Total</b>	<b>100,0</b>

Datos obtenidos de Minedu (2016d)

De un conjunto de ítems que conforman cada prueba de matemática, ECE 2015 y 2016, en esta investigación, se informará solo de un grupo de ellos, correspondientes al contenido de cantidad, de aquellos ítems que su desarrollo involucra algunas de las nociones de fracción y sus diferentes representaciones. Por ello, de todos los ítems de la competencia de cantidad, se ha seleccionado 15 de ellos que corresponden al contenido de concepto de fracción lo que serán objeto de análisis en esta investigación. A continuación se presentan algunas características de estos 15 ítems seleccionados para la investigación.

Tabla 5.  
*Ítems seleccionados. Año de procedencia de la ECE*

<b>Año de aplicación</b>	<b>Cantidad (n)</b>
ECE 2015	6
ECE 2016	6
ECE 2015 y 2016	3
<b>Total</b>	<b>15</b>

Las siguientes tablas 6, 7 y 8 indican otras características de los ítems seleccionados, como son, la capacidad involucrada en la tarea, el significado de fracción que interviene y la ubicación del ítem en la escala por nivel de logro.

Tabla 6.  
*Ítems seleccionados. Capacidad involucrada en la tarea*

<b>Capacidad</b>	<b>Cantidad (n)</b>
Matematiza situaciones	5
Comunica y representa	5
Elabora y usa estrategias	2
Razona y argumenta	3
<b>Total</b>	<b>15</b>

Tabla 7.  
*Ítems seleccionados. Concepto de fracción involucrado*

<b>Significado de fracción</b>	<b>Cantidad (n)</b>
Parte - todo	7
Medida	2
Cociente	1
Operador	3
Razón	2
<b>Total</b>	<b>15</b>

Tabla 8.  
*Items seleccionados. Ubicación por nivel de logro*

<b>Nivel de logro</b>	<b>Cantidad (n)</b>
Encima de Satisfactorio	9
Satisfactorio	5
Proceso	1
Inicio	-
<b>Total</b>	<b>15</b>

Toda esta información de preguntas referentes al concepto de fracción en la ECE se solicitó a la Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes (UMC) a través de la página web de la UMC en la sección “Atención a consultas – Solicitud de base de datos”. Respuesta de ello fue en un listado de medidas que se adjuntan en el Anexo 3, dejando constancia de la fidelidad de los datos recibidos y haciendo explícito el Compromiso de Protección de Confidencialidad con el que me fue entregada la información.

A continuación se muestra el instrumento elaborado para la presente investigación con la finalidad de hacer posible el recojo de la información recibida por la UMC, organizando los datos según lo requiere la variable a trabajar.

**Instrumento de recojo de datos de los ítemes de fracciones aplicados en la Evaluación Censal de Estudiantes 2015 - 2016**

**Datos generales**

1.	<b>Código del ítem:</b>				
2.	<b>Contenido:</b>				
	Cantidad ( )	Cambio ( )	Forma ( )	Gestión ( )	
3.	<b>Capacidad:</b>				
	Matematiza ( )	Comunica y representa ( )	Usa estrategias ( )	Razona y argumenta ( )	
4.	<b>Contexto:</b>				
	Intramatemático ( )		Extramatemático ( )		
5.	<b>Nivel de logro:</b>				
	Encima de Satisfactorio ( )		Satisfactorio ( )	Proceso ( )	Inicio ( )
6.	<b>Indicador:</b>				

**Datos específicos del ítem**

7.	<b>Significado de fracción</b>					
	Parte todo continuo ( )	Parte todo discreto ( )	Medida ( )	Cociente ( )	Operador ( )	Razón ( )
8.	<b>Representación</b>					
	Gráfica ( )	Simbólica ( )	Texto ( )	Simbólica / Gráfica ( )	Simbólica / Texto ( )	
9.	<b>Alternativa de respuesta</b>					
	(a)	(b)	(c)	(d)		
10.	<b>Porcentaje de acierto</b>				( _____ % )	
	[0 – 20] ( )	]20 – 40] ( )	]40 – 60] ( )	]60 – 80] ( )	]80 – 100] ( )	
11.	<b>Porcentaje de respuesta en distractores - Observaciones</b>					
	(A)					
	(B)					
	(C)					
	(D)					
	SM					
	MM					

Figura 28. Instrumento de recojo de datos

Esta ficha de recojo de datos consta de dos partes. La primera, *Datos generales* que permite observar los elementos con los que fue construida la tarea. Esta parte ayuda a evidenciar los elementos del modelo de evaluación que es

propio de la competencia matemática. En la parte de *Datos específicos* del ítem, se organiza la información según la evidencia de la respuesta de los estudiantes.

Por otro lado, se presenta en el Anexo 4 las matrices que permitieron organizar toda la información recibida en general por la UMC, respecto al constructo de fracciones, atendiendo a las características particulares de cada ítem. Esto se encuentra con su debida explicación de cada apartado registrado.

Todos estos datos se encuentran sistematizados en una Matriz Resumen donde la información señalada se da por cada ítem seleccionado, especificado desde el código del ítem y todas sus características como es en el Anexo 5.

### **3.6. Tratamiento de la información**

Para la presente investigación se solicitó la información a la Oficina de Medición de la Calidad de los aprendizajes del Ministerio de Educación, con respecto a las tareas a analizar, conformada por 15 ítems de las Evaluaciones Censales de Estudiantes (ECE) 2015 y 2016 aplicadas a los estudiantes de segundo de secundaria cuyo contenido es referente a fracciones en algunos de sus significados y representaciones. Los datos que se van a trabajar en el análisis de las tareas de fracciones son los siguientes:

#### **Datos generales**

*Código del ítem:* Con lo que se identifica el ítem en la relación de datos psicométricos dentro de toda la escala.

*Contenido:* Cantidad, cambio, forma y gestión. Lo que permite ver los conocimientos involucrados en cada una de las tareas según el currículum nacional.

*Capacidad:* Matematiza, comunica y representa, usa estrategias, razona y argumenta. Esto explica las habilidades puestas en juego por el estudiante al resolver la tarea propuesta.

*Contexto:* Intramatemático y extramatemático. Es decir, se indica si las situaciones planteadas en la tarea propuesta, son del contexto real, cotidiano o del contexto propio de la disciplina.

*Nivel de logro:* Encima del satisfactorio, satisfactorio, en proceso, en inicio. Señala la posición asignada al ítem según la habilidad del estudiante y la complejidad de la tarea después de haber sido aplicado a los estudiantes del grado evaluado en alguna aplicación definitiva de la ECE. Esta información responde a datos sicométricos y a una información fundamental usada en la difusión de resultados.

### **Datos específicos del ítem**

*Significado de la fracción:* Parte todo continuo, parte todo discreto, medida, cociente, operador y razón. Estos significados son los que dan sentido a los conceptos de fracción que se desarrollan a lo largo de la escolaridad y están estipulados en los estándares de aprendizaje dados por el Currículo Nacional.

*Representación:* Gráfica, simbólica o numérica y texto; también se pueden combinar entre ellas. Esto evidencia la diversidad de formas de expresar y comprender el concepto de fracción según la situación planteada.

*Alternativa de respuesta:* Indica la posición de la clave de respuesta, es decir, lo que marca el estudiante que resuelve con éxito la tarea.

*Porcentaje de acierto:* Es la medida porcentual que indica la cantidad de estudiantes que lograron una respuesta correcta a la tarea.

*Porcentaje de respuesta en distractores:* Es la medida porcentual que indica la cantidad de estudiantes que han marcado como respuesta una opción errada de la tarea. Cada una de estas alternativas son llamadas distractores y manifiestan el tipo de error cometido por los estudiantes al resolver la tarea y suelen ser los errores que con mayor frecuencia cometen los estudiantes en el proceso de aprendizaje. Estos distractores pueden tener distintas causas, entre ellas concepciones erradas, dificultades en la obtención o relación entre los datos, también incluye errores de procedimiento o de cálculo operativo.

El porcentaje de acierto y porcentaje de respuesta en los distractores, permiten precisar con mayor énfasis en el análisis de las tareas ya que evidencia la naturaleza del error, permite explicar su origen y da pautas para los procesos adecuados de retroalimentación. Toda esta información de datos generales y específicos de cada ítem que se utilizará en esta investigación conforman la Ficha de Recolección de Información y cuyo modelo se encuentra en la figura 28.

Para los propósitos de esta investigación, se realizará el análisis de cada pregunta seleccionada de la ECE, mostrando primero la tarea propuesta junto con los datos generales del ítem que permitirá comprender la intención a evaluar. Luego, se procede a identificar el significado de fracción que está involucrado en la tarea, base del concepto que se construye y finalmente, se presentará el análisis de los distractores que permitirá generar supuestos o encontrar explicaciones a las causas que generan los errores en los estudiantes. Cabe resaltar que si el ítem ha sido liberado anteriormente en algún reporte de difusión, es posible mostrar el original en esta investigación, de lo contrario, por motivos de salvaguardar la confidencialidad de las pruebas, se estarían mostrando con otros ejemplos adecuados para lograr la mejor explicación de cada parte de la propuesta.

De esta manera, tomando la información brindada en las Fichas de Recolección de Información como se muestra en el Anexo 6, el análisis de cada una de las preguntas se realizará tomando en cuenta cada uno de los elementos que definen la variable, de la siguiente manera:

*Competencia, capacidad e indicador del ítem* que permite presentar la intención curricular a evaluar y comprender las habilidades que pone en juego el estudiante en su resolución.

*Significado de fracción y representación utilizada* que permite relacionar los aspectos del concepto de fracción involucrados en la tarea. Por los formatos utilizados en la tarea, ya sea gráficos, simbólicos o de texto continuo, puede conjeturarse algunos procesos cognitivos seguidos por el estudiante en función a los significados de la fracción propuesta.

*Análisis de la tasa de acierto y del distractor con mayor tasa de respuesta*, que evidencia, por un lado, los logros en el aprendizaje y por otro, las dificultades por aprendizajes inconclusos, por concepciones establecidas o quizás por prácticas frecuentes de clase.



### 3.7. Mapeamiento

Basado en la literatura revisada y los elementos que conforman el marco teórico, se presenta el siguiente mapeo de los aspectos involucrados en esta investigación.



Figura 29. Elementos involucrados en el análisis de las tareas de la ECE

### **3.8. Rigor Científico**

De acuerdo a las características de la investigación se consideró los aspectos de rigor científico y las exigencias de este, que son fundamentales. En la presente investigación se trabajó a partir de los resultados de la Evaluación Censal de Estudiantes (ECE) de los años 2015 y 2016, datos proporcionados por la Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes del Ministerio de Educación; por ello, se solicitó información de las preguntas que involucran el uso del concepto de fracción para resolver la tarea pedida. Los resultados dados fueron las medidas correspondientes a nivel nacional en los años aplicados. El análisis de la información se basó en los aspectos técnicos dados por la tasa de acierto de las preguntas así como el ajuste de los datos en cuanto a las medidas Rash que evidencian el funcionamiento de las preguntas en las evaluaciones consideradas. Es a partir de esta información que se realiza el análisis pedagógico de las tareas de fracciones dando evidencia de los aprendizajes alcanzados por su tasa de acierto en la alternativa de respuesta, así como de los errores cometidos por los estudiantes en la frecuencia mostrada por los porcentajes en los distractores.

En esmero a la fidelidad de datos analizados y en alineación a los aspectos éticos de una investigación se deja constancia de la autorización de la entrega de la información por parte de la Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes así como del compromiso de salvaguardar la confidencialidad de los datos y de dar un buen uso a la información solicitada. Esto se puede ver en el Anexo 2.

#### **IV. RESULTADOS**

#### **4.1. Descripción de resultados**

Se toma como punto de partida la información brindada por la Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes (UMC) del Ministerio de Educación, con respecto a las preguntas relacionadas al concepto de fracción en las Evaluaciones Censales (ECE) 2015 y 2016. Esta data brinda información acerca de los aspectos curriculares del ítem como la capacidad, el contenido, contextos e indicador que corresponde a cada ítem y garantiza el cumplimiento del modelo de evaluación. A su vez, brinda información sicométrica desde la aplicación de la Metodología Rash donde se relaciona la habilidad del estudiante con la dificultad del ítem generando las medidas umbral\_RT, infit, outfit, p (porcentaje de acierto), así como información respecto a la tasa de respuesta por cada alternativa propuesta en el ítem. Cabe resaltar que estos resultados son a nivel nacional, alcanzando una cobertura de 99% de instituciones educativas del país. Estos datos de los ítems de la evaluación censal se pueden apreciar en el Anexo 4.

La información brindada por la UMC de los 15 ítems que involucran la noción de fracciones, ha sido organizada en datos generales y específicos como se señaló en la Ficha de Recolección de Información de los ítems relacionados a concepto de fracción en la Evaluación Censal de Estudiantes 2015 – 2016. Al independizar esta información por cada ítem, se tiene las 15 fichas con datos correspondientes a los ítems elegidos, los cuales se pueden apreciar en el Anexo 6. A continuación se presenta cada ítem propuesto para el análisis con su respectiva información general y específica y, describiendo con mayor precisión los resultados alcanzados por alternativas, tanto en la respuesta correcta como en los distractores.

**Código del ítem: MA2S00206**

Martín afirma lo siguiente:

"El 20 % siempre es menor que el 50 %"

Propón un ejemplo para probar que la afirmación de Martín **NO** se cumple.

Desarrolla aquí tu respuesta.

*Figura 30. Pregunta de fracciones de la ECE 2016  
Obtenidos de Minedu (2017a)*

Competencia: Cantidad

Capacidad: Razona y argumenta

Indicador: Resuelve situaciones problemáticas que involucran el cálculo de porcentajes de cantidades.

Significado de fracción: Como operador

Representación utilizada: Texto - simbólico

Análisis de la tasa de acierto y del distractor con mayor tasa de respuesta.

Este ítem es formato de respuesta construida, es decir, no hay alternativas para elegir sino que deben desarrollar la respuesta de lo solicitado. En este caso, solo 7,07% de los estudiantes lograron responder adecuadamente la situación, es decir, dieron un ejemplo que evidenciara que los porcentajes expresan parte de un total relacionado a una cantidad señalando que son un valor relativo a un referente. Esto se muestra en algunos ejemplos de respuesta que se presentan en la siguiente figura.

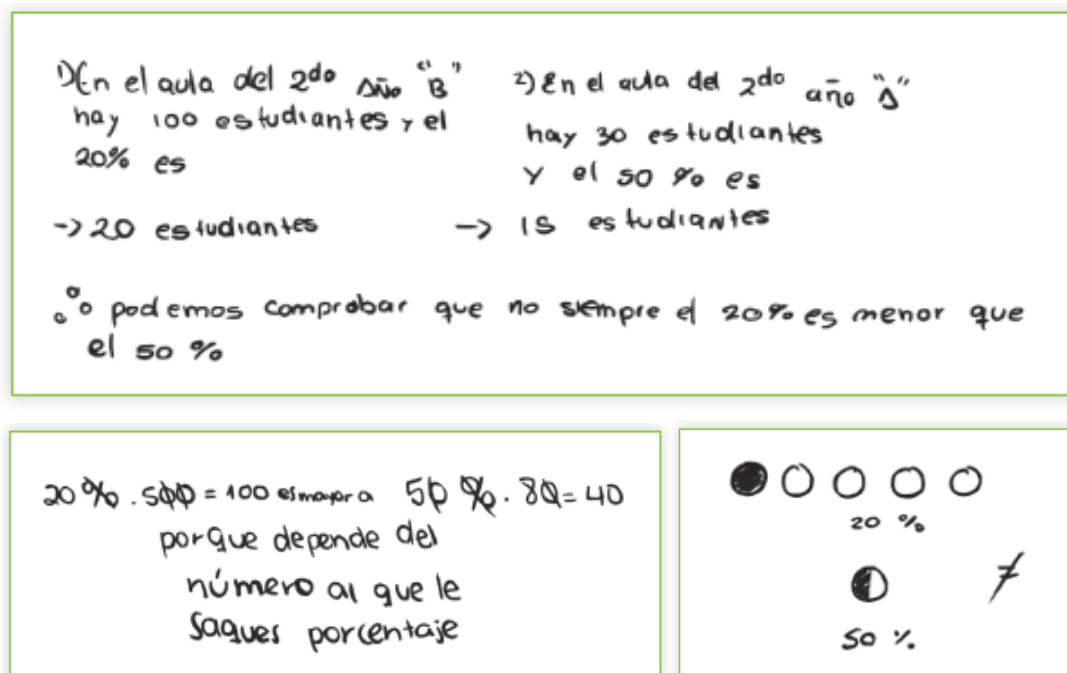


Figura 31. Ejemplos de respuesta correcta a la pregunta de la figura 30  
Obtenidos de Minedu (2017a)

Se observa como base la noción de fracción como operador, al pensar el 20% de una cantidad y el 50% de otra cantidad que cumplan los fines señalados. Se aprecia cómo el estudiante pone en juego distintas estrategias para la ejemplificación pedida. Algunos lo hacen en lenguaje usual, otros en cálculo numérico y otros lo hacen con representaciones gráficas. Asimismo, el concepto base es parte todo, sobretodo cuando buscan una expresión equivalente a 20% como  $\frac{1}{5}$  y 50% como  $\frac{1}{2}$  en la representación gráfica. También, hay quienes hacen uso del concepto de fracción como operador, simplificado en algoritmos operativos, tal como se observa en los referentes de 500 y 50 donde % es reemplazado por  $\frac{1}{100}$  lo que les permite simplificar y llegar al valor buscado planteando  $\frac{20}{100}$  de una cantidad y  $\frac{50}{100}$  de otra cantidad. Por otro lado, está el grupo que respondió de manera errada, afirmando lo que dice Martín o dando ejemplos que muestran error de procesos o de concepto. Entre los errores se evidencia ejemplos como los de la figura 32.

Sabemos 50 siempre <sup>si</sup> no cumple porque como  
 por eso la afirmación <sup>es mayor</sup> <sup>que 20</sup> ni se cumple.  
 $20 < 50 //$

no se puede porque el 20% siempre es menor que el 50%.  
 Ejm: 20% de 100 = 20  $\rightarrow$  20 < 50  
 50% de 100 = 50

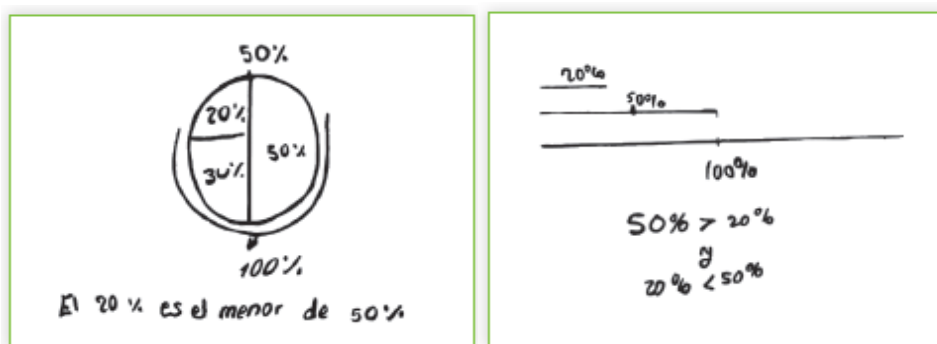


Figura 32. Ejemplos de respuesta incorrecta a la pregunta de la figura 30  
 Obtenidos de Minedu (2017a)

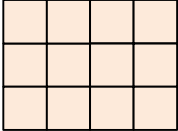
En tareas como estas se observa la dificultad del estudiante en varios aspectos, uno de ellos es en la aplicación del concepto de porcentaje, al no relacionarlo con el de fracción como parte de un todo, quedando solo en una lectura directa de los datos, afirmando que efectivamente 20 es menor que 50. Otra dificultad es la capacidad que pone en juego en la tarea, que implica tener que justificar su respuesta con argumentos claros y que inclusive podía ser con ejemplos numéricos u otra representación.

Este tipo de dificultad es lo que D'Amore (2006) señala como dificultad en la gestión autónoma o espontánea de esquemas, figuras o modelos. Quiere decir que el estudiante está acostumbrado a resolver ejercicios y a representar casos concretos propuestos y por lo general de una única forma. En esta tarea, el estudiante tiene dificultad de proponer situaciones por iniciativa propia que cumpla con las condiciones solicitadas. Vergnaud resalta en esta parte de la conceptualización la necesidad de enfrentar variedad de situaciones y complejidades de la tarea.

**Código del ítem: MA5S00342**

Tarea aproximada:

De este pastel te llevas más de  $\frac{1}{3}$  del pastel, pero menos de  $\frac{1}{2}$  del pastel. ¿Qué parte del pastel te llevas?



*Figura 33. Pregunta aproximada de fracciones*

Competencia: Cantidad

Capacidad: Elabora y usa estrategias

Indicador: Identifica números racionales, en su forma fraccionaria, comprendidos entre dos números racionales cualesquiera.

Significado de fracción: Parte todo continuo

Representación utilizada: gráfico – simbólico

Análisis de la tasa de acierto y del distractor con mayor tasa de respuesta.

Solo el 18,14% de los estudiantes respondió correctamente la tarea, quizás ayudándose del soporte gráfico que lo puede conducir a alguna heurística o también usando algún proceso algorítmico. Este ítem tiene como base el concepto de parte todo continuo, al trabajar que  $\frac{1}{3}$  es una fila del pastel (4 pedazos), luego que  $\frac{1}{2}$  es mitad del pastel (6 pedazos), lo que lo lleva luego a proceder de manera inversa, comenzar de las partes para luego buscar el todo. Este proceder lleva a buscar que entre 4 y 6 pedazos se encuentra 5 pedazos y luego, buscar la fracción correspondiente a ello, es decir,  $\frac{5}{12}$  del pastel. Este grupo de estudiantes logró reconocer que en esta situación de parte - todo se puede expresar la cantidad trabajada de varias formas equivalentes ya sea en medios, tercios, cuartos o doceavos.



Se muestra a continuación una posible solución a este problema de fracciones, basada en la representación gráfica:

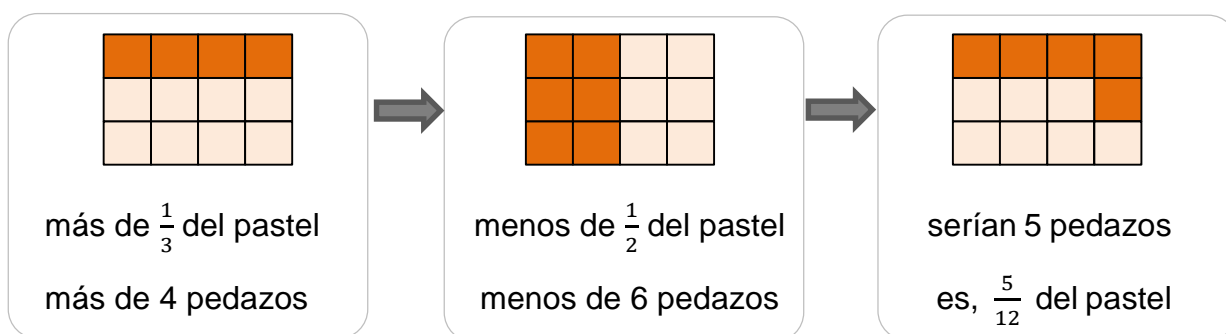


Figura 34. Respuesta gráfica de la pregunta 33

También puede darse con un proceso algorítmico, basado en la representación simbólica de cada fracción y con procedimientos numéricos que llevan al uso de la homogenización.

Se trabaja basado en fracciones equivalentes a doceavos.

$$\frac{1}{3} = \frac{4}{12} \quad \text{y} \quad \frac{1}{2} = \frac{6}{12} \quad \text{entonces} \quad \frac{4}{12} < \frac{a}{b} < \frac{6}{12}$$

$$\text{Luego,} \quad \frac{a}{b} = \frac{5}{12}$$

Figura 35. Respuesta simbólica de la pregunta 33

Por otro lado, el 65% de los estudiantes aplican procedimientos no pertinentes a la situación planteada. Por ejemplo, algunos consideran los números de una fracción por separado y aplican sus propias reglas que lo llevan a falsas generalizaciones como, «*si los dos numeradores son 1, el numerador de la respuesta también es 1*». De la misma manera asocian procedimientos como «*si los denominadores son diferentes, se busca el múltiplo común*». Razones como estas hacen que los estudiantes den como respuesta  $\frac{1}{12}$ . Otros, aplican erradamente un orden entre las fracciones estableciendo una secuencia al considerar solo los términos de manera


independiente en cada fracción. Así, proceden que de  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{1}{3}$  sigue  $\frac{1}{4}$ .


Respuestas como estas indican que no hay comprensión del número fraccionario al no relacionarlo con sus conceptos sino solo el proceder con alguna rutina operativa. En evidencias como estas, Fandiño (2009) señala que hay serias dificultades en la comparación de fracciones porque los estudiantes no logran atender al número fraccionario sino a la fracción como composición de dos cantidades, esto les impide hasta realizar e interpretar representaciones y tomar referentes para realizar comparaciones.

**Código del ítem: MA2S00030**

Tarea aproximada:

¿Qué fracción expresa la relación entre la cantidad de las fichas rojas con respecto a las azules?

Azules 

Rojas 

*Figura 36. Pregunta aproximada de fracciones*

Competencia: Cantidad

Capacidad: Comunica y representa

Indicador: Interpreta el uso de los números racionales en sus diferentes significados y representaciones

Significado de fracción: Como razón

Representación utilizada: gráfico – simbólico

Análisis de la tasa de acierto y del distractor con mayor tasa de respuesta.


Solo el 21,95% de los estudiantes respondió correctamente la tarea, señalando que la cantidad de fichas rojas es  $\frac{2}{3}$  de la cantidad de las fichas azules. Esto se puede realizar basado en el soporte gráfico (por 2 rojas hay 3 azules), en procesos operativos de razón como comparación en forma de cociente siendo  $\frac{\text{rojas}}{\text{azules}} = \frac{4}{6}$  lo que sería equivalente a  $\frac{2}{3}$ .

El 78% de los estudiantes no logra establecer la relación de comparación entre los dos objetos. Algunos leen el gráfico en el orden que está, es decir, señalan que la cantidad de rojos es  $\frac{6}{4}$  o  $\frac{3}{2}$  de los azules, considerando la fracción como arreglo de dos números independientes. Otros, pueden asociar con el significado parte-todo y responder que la cantidad de fichas rojas es  $\frac{4}{10}$  o  $\frac{2}{5}$ .

Carrillo (2012) señala la poca oportunidad que tienen estas nociones de fracción como razón en los libros de textos, por ello, los estudiantes no están familiarizados con este significado y fuerzan el único que conocen cual es, parte - todo. Es necesario encaminar los distintos significados en la práctica frecuente de aula.

**Código del ítem: MA2S00028**

Observa los envases en los que una fábrica comercializa la leche.



Se requiere envasar la leche en una nueva caja cuya capacidad sea mayor que la de la caja pequeña, pero menor que la de la caja grande. ¿Cuál de las siguientes medidas podría ser la capacidad de la nueva caja?

☐ a  $\frac{1}{8}$  l    
 ☐ b  $\frac{2}{3}$  l    
 ☒ c  $\frac{3}{8}$  l    
 ☐ d  $\frac{3}{2}$  l

Figura 37. Pregunta de fracciones de la ECE 2015  
Obtenidos de Minedu (2016a)

Competencia: Cantidad

Capacidad: Razona y argumenta

Indicador: Identifica números racionales, en su forma fraccionaria, comprendida entre dos números racionales cualquiera

Significado de fracción: Parte todo continuo

Representación utilizada: gráfico – simbólico

Análisis de la tasa de acierto y del distractor con mayor tasa de respuesta.

El 24,29% de los estudiantes respondió correctamente la alternativa c que implica establecer una relación de orden entre las dos fracciones dadas, en su concepto parte todo continuo. Ya el formato gráfico del estímulo aporta a la tarea una confirmación de la relación de orden, es decir, que  $\frac{1}{4}$  al estar en caja más pequeña es menor que  $\frac{1}{2}$ .

Una estrategia de solución plausible es el recurso gráfico que permite comparar de manera intuitiva estas cantidades. Así tenemos, que la unidad representa el litro de leche, el todo.



Solución



Figura 38. Solución gráfica de la figura 37

De esta manera, solo generalizando la noción de fracción como parte-todo de cada alternativa, permite justificar su pertinencia de aproximación a lo esperado. Esto es un uso razonado y comprendido de la noción de fracción.

Procedimiento similar sería si se usa una estrategia algorítmica convencional para la comparación, relacionada al proceso de homogenización. Así sería:

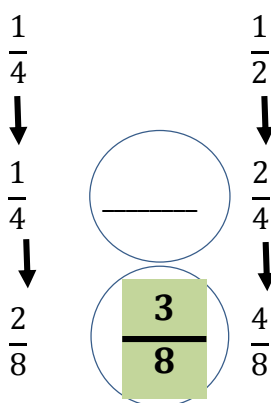


Figura 39. Proceso de solución de la pregunta 37

Cabe resaltar que en este grado de escolaridad, los estudiantes ya están en inicios de la comprensión de la propiedad de densidad de los racionales, lo que los lleva a suponer que hay más de una fracción que cumpla las condiciones mencionadas.

Sin embargo, es alarmante ver que en esta tarea de comparación de fracciones, 39,83% de los estudiantes marca la alternativa “a” quizás asociado a algún algoritmo aprendido en algún momento sin discriminar su pertinencia de aplicación. Es decir, buscan operar en el denominador, y en este caso realizan  $4 \times 2 = 8$  y, colocan el mismo numerador 1. Esto refleja el aprendizaje de reglas incomprensibles y la certeza de no considerar la fracción como un número que expresa en sí una sola cantidad.

Por otro lado, se aprecia la no comprensión de la fracción como una sola cantidad sino como una composición de dos números naturales independientes entre sí cuando el 27,30% de los estudiantes señala la alternativa b, indicando que el orden correspondiente sería  $\frac{1}{4} - \frac{1}{3} - \frac{1}{2}$ , esto es guiados solo por el orden de los denominadores sin tomar en cuenta el número en su totalidad.

Es necesario trabajar la construcción de nociones razonando y manipulando objetos reales y abstractos para aprender nuevos conceptos y no centrar todo en manejo de procedimientos que finalmente se convierte en algo mecánico e incomprensible. Hincapié (2011) confirma la necesidad de construir conceptos nuevos manejando los tres elementos propuestos en los campos conceptuales como son las situaciones, los invariantes y las representaciones. De esta manera se alcanzan aprendizajes significativos y propicios para aplicarlos en diferentes situaciones.

**Código del ítem: MA2S00211**

Tarea aproximada:

Con  $2\frac{1}{2}$  litros de agua, ¿cuántos envases de  $\frac{3}{4}$  de litro se pueden llenar?

*Figura 40. Pregunta aproximada de fracciones*

Competencia: Cantidad

Capacidad: Matematiza

Indicador: Resuelve situaciones multiplicativas (proporción simple) utilizando números racionales (en sus diferentes equivalencias)

Significado de fracción: Como cociente

Representación utilizada: simbólico - texto

Análisis de la tasa de acierto y del distractor con mayor tasa de respuesta.

Esta tarea tiene como base la fracción como cociente donde  $2\frac{1}{2}$  litros se descompone en varias partes iguales de  $\frac{3}{4}$  de litro. Solo el 29,82% de la población respondió correctamente la tarea, señalando que  $\frac{3}{4}$  de litro está contenido 3 veces en  $2\frac{1}{2}$  litros y que sobra  $\frac{1}{4}$  de litro. Esto se puede realizar basado en soporte gráfico, con procesos operativos utilizando el algoritmo de la división al realizar  $2\frac{1}{2} \div \frac{3}{4}$ . Esta situación puede ser también abordada como situación de medida, al considerarse que  $\frac{3}{4}$  de litro es la unidad de medida y se quiere saber cuántas veces está esta unidad en  $2\frac{1}{2}$  litros.

Sin embargo, el 70% de los estudiantes no logran responder correctamente esta pregunta y posiblemente separen el  $\frac{1}{2}$  como parte sobrante en la distribución del agua en total, indicando que se logra llenar 2 envases y sobra  $\frac{1}{2}$  l o que se llenan 3 envases y sobra  $\frac{1}{2}$  l. Podría ser que su nivel de operación quede solo partiendo de las cantidades enteras y no incluye a las fraccionarias.

Como señala Angles (2015), el no tener conceptos de fracción desarrollados, esto impide el resolver operaciones con los mismos.

**Código del ítem: MA2S00056**

Tarea aproximada:

La unidad se ha dividido de la siguiente manera.  
¿Qué fracción corresponde a la parte sombreada?

30%	30%	40%
-----	-----	-----

*Figura 41. Pregunta aproximada de fracciones*

Competencia: Cantidad

Capacidad: Comunica y representa

Indicador: Establece la equivalencia entre números racionales expresados como fracción, decimal o porcentaje en situaciones de contexto real.

Significado de fracción: Como parte todo discreto

Representación utilizada: gráfico – simbólico

Análisis de la tasa de acierto y del distractor con mayor tasa de respuesta.

Solo el 29,35% de los estudiantes respondió correctamente la tarea, señalando que la región sombreada es  $\frac{2}{5}$  del total. Sus procesos pudieron ser de asumir que el total es 100 o 10 y así realizar la distribución de partes iguales llegando a indicar que es  $\frac{2}{5}$  del total. Esto se puede realizar basado en el soporte gráfico o simbólico.

Por otro lado, el 70% respondió de manera incorrecta. Señaló que la parte sombreada  $\frac{1}{3}$  asumiendo probablemente que la fracción es ver las partes sombreadas del total de partes, sin advertir si estas son iguales o no entre sí. Otro grupo puede asociar a 40% con la fracción  $\frac{1}{4}$  guiado por establecer una relación equivocada entre cifras del porcentaje y del denominador.

Esto puede deberse, como señala Silva, a prácticas en una misma dirección, siempre se divide en partes iguales, es decir congruentes que se asume que siempre será así. Por otro lado, como señala Flores (2010) se asocia el trabajo de porcentaje más con decimales que asociado a fracciones.



**Código del ítem: MA2S00094**

Tarea aproximada:

Saliendo de la escuela, la bodega está a  $\frac{3}{4}$  km de distancia y la comisaría está a  $\frac{5}{9}$  km de distancia. ¿Qué está a menor distancia de la escuela?

*Figura 42. Pregunta aproximada de fracciones*

Competencia: Cantidad

Capacidad: Usa estrategias

Indicador: Identifica el número mayor o menor de una colección de números racionales en su forma fraccionaria o entera

Significado de fracción: Medida

Representación utilizada: Texto

Análisis de la tasa de acierto y del distractor con mayor tasa de respuesta.

Solo el 33,45% de los estudiantes respondió correctamente la tarea, señalando que la comisaría está a menor distancia de la escuela ya que  $\frac{5}{9}$  km es menor que  $\frac{3}{4}$  km. Esta comparación puede ser por estimación, tomando como referencia todo el número fraccionario, o quizás aplicando un proceso algorítmico de comparación de fracciones.

Sin embargo, llama la atención que el 67% de los estudiantes responde incorrectamente. Quizás señalan que  $\frac{5}{9}$  km es menor, quizás pensando que como esta fracción está formada por números menores en el numerador y denominador, entonces, la fracción debe ser la menor. Esto indicaría que los estudiantes aun trabajan la fracción como un arreglo de dos números y no como un número fraccionario, que expresa una cantidad.

Esta dificultad es la que Matute (2010) denomina trabajar la fracción como una extensión de los números naturales. Esto se genera cuando no se construye nociones sobre significados sino sobre procedimientos mecánicos que en algunos casos resulta pero en otros no.

**Código del ítem: MA2S00160**

Tarea aproximada:

Se ha tejido  $\frac{1}{2}$  de una chalina de color verde. Del resto,  $\frac{1}{2}$  de color rojo y lo demás azul. ¿Con qué operación se encontraría la parte pintada de verde y rojo?

Figura 43. Pregunta aproximada de fracciones

Competencia: Cantidad

Capacidad: Razona y argumenta

Indicador: Identifica el número mayor o menor de una colección de números racionales en su forma fraccionaria o entera

Significado de fracción: Parte todo continuo.

Representación utilizada: Texto-simbólico

Análisis de la tasa de acierto y del distractor con mayor tasa de respuesta.

Solo el 33,06% de los estudiantes respondió correctamente la tarea, señalando que se puede encontrar planteando  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ . Es decir, este grupo interpreta la fracción tomando en cuenta el todo al que hace referencia, que en el segundo caso es  $\frac{1}{2}$  de la mitad, es decir  $\frac{1}{4}$ .

Sin embargo, el 67% de los estudiantes responden incorrectamente. Pueden haberlo planteado casi textual, es decir  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$  sin atender que la segunda parte no era del total. También pueden responder que se encontraría realizando la suma de  $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$  probablemente porque la chalina tiene tres colores y no tomó en cuenta la distribución mencionada. Este grupo evidencia que la fracción se asocia con *partes iguales* asignados a cada color, no siendo este el caso.

Atender a las pautas de la resolución de problemas dado por Polya (Minedu,2016b) asegura organización de las tareas y mayor oportunidad de relacionar con éxito los datos dados e intentar la heurística en estrategias de solución.

**Código del ítem: MA2S00002**

Tarea aproximada:

Se ha usado 0,25 l de leche y todavía queda  $1\frac{1}{4}$  l de leche. ¿Cuántos litros de leche se tenía al inicio?

*Figura 44. Pregunta aproximada de fracciones*

Competencia: Cantidad

Capacidad: Matematiza

Indicador: Resuelve situaciones aditivas (cambio) utilizando números racionales en sus diferentes representaciones (fracción y decimal)

Significado de fracción: Medida.

Representación utilizada: Texto-simbólico

Análisis de la tasa de acierto y del distractor con mayor tasa de respuesta.

Solo el 33,35% de los estudiantes respondió correctamente la tarea, señalando que al inicio había 1,5 litros de leche. Esto indica que este grupo de estudiantes logra establecer equivalencias entre las representaciones fraccionarias y decimales de los números racionales. Así, trabajan  $1,25 + 0,25$  litros o  $1\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$  litros, mostrando comprensión en el manejo de la fracción y sus expresiones equivalentes.

Sin embargo, el 67% de los estudiantes respondieron erradamente. Puede ser que se concentren en convertir el dato dado en número mixto a número decimal, señalando como respuesta 1,25 litros. Pareciera descuido en el trabajo de varias etapas o desconcentración en el proceso. Otros pueden responder 1 litro, pues su error no fue en la conversión sino en la interpretación de la estructura aditiva de cambio.

Esto indica que son los aprendizajes previos como los de concepto de fracción que se integran al resolver estas tareas. Frente a esto, Quispe (2011) señala la importancia de atender a los errores para identificar los obstáculos y poder diseñar estrategias para superar las dificultades en el aprendizaje.

**Código del ítem: MA2S00105**

Tarea aproximada:

Se ha pagado por  $\frac{3}{5}$  kg de una crema S/6. ¿Cuánto se pagará por  $1\frac{2}{5}$  kg de dicha crema?

*Figura 45. Pregunta aproximada de fracciones*

Competencia: Cambio

Capacidad: Matematiza

Indicador: Resuelve (o formula) situaciones problemáticas que involucran a dos magnitudes directamente proporcionales con números racionales.

Significado de fracción: Operador.

Representación utilizada: Texto - simbólico

Análisis de la tasa de acierto y del distractor con mayor tasa de respuesta.

Solo el 36,46% de los estudiantes respondió correctamente la tarea, señalando que por  $1\frac{2}{5}$  kg se pagaría S/ 14. Esto indica que usó la noción de fracción como operador partiendo de que  $\frac{3}{5}$  kg cuesta S/ 6, entonces  $\frac{1}{5}$  cuesta S/ 2 y  $\frac{5}{5}$  kg costaría S/ 10. A partir de estas relaciones los cálculos se hacen extensibles hacia la cantidad pedida de  $1\frac{2}{5}$  kg. Este grupo organiza bien la información dada.

Sin embargo, el 65% de los estudiantes respondieron erradamente la pregunta. Puede deber a la relación incorrecta de los datos. Quizás, al sumar las fracciones, que da 2 kg y multiplicando por S/ 6. Ellos respondieron S/ 12. Otra posibilidad de respuesta es que los estudiantes no comprendan la situación y asuman que S/ 6 fue 1 kg y realizando  $\frac{3}{5} \times 6 = 3 \times 1,2 = 3,6$  respuesta es S/ 3,6.

Esta situación que implica el uso de las fracciones cuando este opera sobre una cantidad como es el caso del dinero, es compleja para los estudiantes.

**Código del ítem: MA2S00283**

Tarea aproximada:

En el grupo de baile hay 9 varones y 12 mujeres. ¿Qué fracción indica la relación entre la cantidad de varones y mujeres de este grupo?

*Figura 46. Pregunta aproximada de fracciones*

Competencia: Cantidad

Capacidad: Matematiza

Indicador: Interpreta el uso de los números racionales en sus diferentes significados y representaciones

Significado de fracción: Como razón

Representación utilizada: Texto – simbólico.

Análisis de la tasa de acierto y del distractor con mayor tasa de respuesta.

El 41,17% de los estudiantes respondió correctamente la tarea, señalando que la cantidad de varones es  $\frac{3}{4}$  de la cantidad de mujeres. Esto puede haberse realizado con soporte gráfico que ayuda al uso de la noción de fracción o también con procedimiento numérico simbólico que lo lleva a comparar cantidades en forma de fracción y simplificarlas  $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ .

Sin embargo, se observa que dos grupos invierten la relación dada, señalando el 21,61% que indica que la cantidad de mujeres es  $\frac{3}{4}$  de la cantidad de varones y el 14,28% indica que la cantidad de varones es  $\frac{4}{3}$  la cantidad de mujeres. Por otro lado, hay un 20,76% que usa la noción parte todo señalando que los varones son  $\frac{3}{7}$  de la cantidad de mujeres.

Cabe resaltar que este significado de fracción como razón es el menos trabajado en las escuelas tal como lo indica Silva (2005). A su vez, Castro (2017) señaló el poco conocimiento que tienen los futuros docentes o docentes en general en este concepto de fracción como razón, por lo que es poco trabajado en las aulas.

**Código del ítem: MA6P00557**

Tarea aproximada:

Un descuento de 20% en un producto, ¿Qué fracción del precio del producto se ha descontado?

*Figura 47. Pregunta aproximada de fracciones*

Competencia: Cantidad

Capacidad: Comunica y representa

Indicador: Establece la equivalencia entre números racionales expresados como fracción, decimal o porcentaje en situaciones de contexto real.

Significado de fracción: Parte todo continuo Como razón

Representación utilizada: Texto – simbólico.

Análisis de la tasa de acierto y del distractor con mayor tasa de respuesta.

El 38,27% de los estudiantes respondió correctamente la tarea, señalando que el descuento es de  $\frac{1}{5}$  del precio. Esto puede hacerse de varias formas, con estrategia gráfica, asumiendo un todo como 100, o también con representación simbólica partiendo de la expresión  $\frac{20}{100}$  como equivalente a 20%.

Sin embargo, el 61% responden equivocadamente. Algunos pueden señalar erradamente que la respuesta es  $\frac{1}{20}$  debido a que no tienen una noción de la fracción completa como una cantidad sino que la compone como dos números naturales independientes donde considera que 20 debe figurar en el denominador de la fracción.

Con esto se evidencia cuánto limita a la resolución de situaciones el no tener consolidado la noción de fracción en sus distintos significados como lo sustenta Silva (2005).

**Código del ítem: MA6P00479**

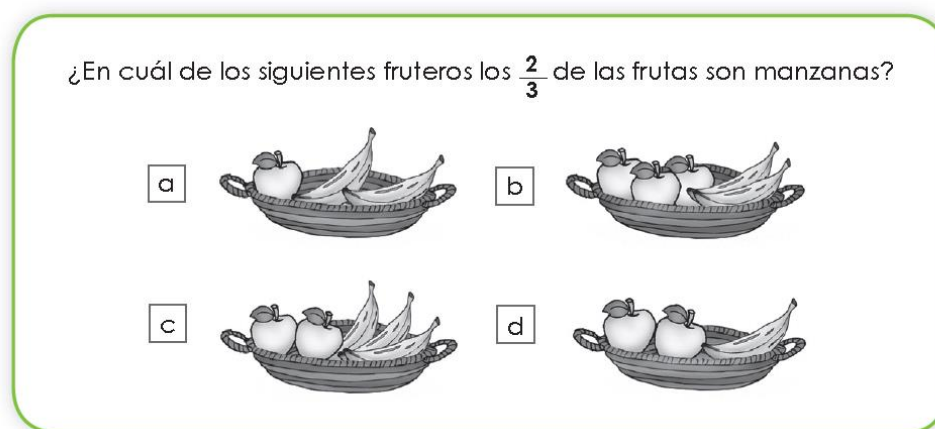


Figura 48. Pregunta de fracciones de la ECE 2015  
Obtenidos de Minedu (2016a)

Competencia: Cantidad

Capacidad: Comunica y representa

Indicador: Interpreta el uso de los números racionales en sus diferentes significados y representaciones.

Significado de fracción: Parte todo discreto

Representación utilizada: gráfico – simbólico

Análisis de la tasa de acierto y del distractor con mayor tasa de respuesta.

Solo el 43,10% de los estudiantes respondió correctamente la alternativa d.

Estos estudiantes lograron reconocer que en esta situación hay una categoría involucrante que son las frutas, y que cada una de ellas es una parte de ese todo o conjunto. Aquí radica la comprensión del concepto de fracción como parte todo discreto, considerando el “todo” que son tres frutas donde una manzana es  $\frac{1}{3}$  del conjunto de frutas, como un plátano también es  $\frac{1}{3}$  del conjunto de frutas. Por tanto, al recodificar del gráfico que  $\frac{2}{3}$  de las frutas son manzanas implica buscar el frutero donde hay tres frutas y solo dos de ellas son manzanas.

Por otro lado, el 54,8% de los estudiantes (22,87% responde b y 31,93% responde c) confunde esta notación de fracción como la composición de dos números naturales de manera separada, lo que hace que busquen el frutero en donde se encuentren dos de una fruta y tres de otra. Esto evidencia la dificultad de no comprender la fracción como una cantidad sino como la composición de dos partes separadas entre sí. De la misma manera, se observa la dificultad del estudiante que no logra interpretar completamente el gráfico dado, donde es importante determinar lo que se debe considerar como *todo* o *unidad* en este conjunto de frutas, en especial por tratarse de una situación discreta.

Estos errores pueden ser generados, como señala Castro (2017), por el solo hecho de haber trabajado en las actividades de clase las fracciones en representaciones continuas y, enfrentan con extrañeza situaciones como esta donde se aborda la unidad o todo como un conjunto de elementos. Esto es lo que Fandiño (2009) señala como dificultades en el reconocimiento de esquemas, es decir formas distintas de presentar situaciones, sobretudo cuando se trata de cantidades discretas y con representaciones gráficas.



**Código del ítem: MA6P00507**

Tarea aproximada:

Representar gráficamente  $\frac{1}{5}$  de la torta.

Figura 49. Pregunta aproximada de fracciones

Competencia: Cantidad

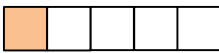
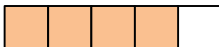
Capacidad: Comunica y representa

Indicador: Interpreta el uso de los números racionales en sus diferentes significados y representaciones.

Significado de fracción: Parte todo continuo Como razón

Representación utilizada: simbólico - gráfico.

Análisis de la tasa de acierto y del distractor con mayor tasa de respuesta.

El 48,72% de los estudiantes respondió correctamente la tarea, presentando claramente  $\frac{1}{5}$  del gráfico . Cabe resaltar que algunos lo pueden haber representado de manera similar señalando los  $\frac{4}{5}$  del gráfico, es decir,  podría aceptarse como válido puesto que de igual forma expresa la división fraccionaria correcta.

Sin embargo, casi un 25% de los estudiantes pueden haber señalado erradamente como gráfico, aquel en donde se observa 1 parte pintada y 5 partes no pintadas o viceversa.



Una vez más se corrobora que hay estudiantes que conciben la fracción como el arreglo de dos cantidades independientes puestas en fracción tal como lo señala Silva (2005), al trabajar demasiado el proceso de conteo y doble conteo sin relacionarlos.

**Código del ítem: MA5S00280**

La fábrica de detergentes "Espuma" brinda la siguiente oferta para las bolsas de 500 gramos. Observa.

¿Cuántos gramos adicionales de detergente brinda esta oferta?

<input type="checkbox"/> a	600 gramos.	<input type="checkbox"/> c	400 gramos.
<input type="checkbox"/> b	550 gramos.	<input checked="" type="checkbox"/> d	100 gramos.

Figura 50. Pregunta de fracciones de la ECE 2016  
Obtenidos de Minedu (2017a)

Competencia: Cantidad

Capacidad: Matematiza

Indicador: Interpreta el uso de los números racionales en sus diferentes significados y representaciones.

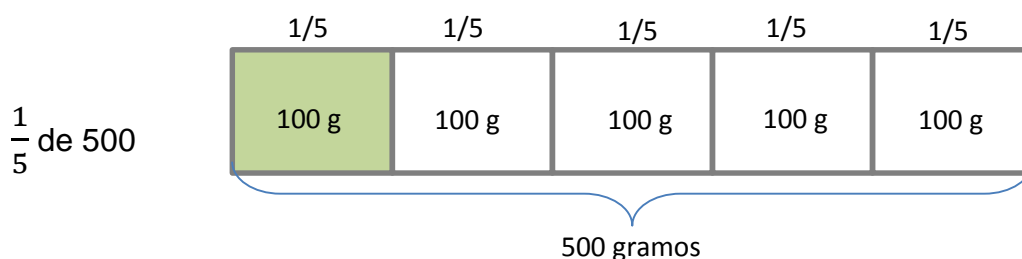
Significado de fracción: Como operador

Representación utilizada: gráfico – simbólico

Análisis de la tasa de acierto y del distractor con mayor tasa de respuesta.

El 57,33 % de los estudiantes logra responder correctamente la tarea, marcando la alternativa d. Este grupo identifica adecuadamente los datos de la situación que implica saber el todo a tratar, en este caso los 500 gramos de detergente y un adicional que consiste en  $\frac{1}{5}$  más de ese total de 500 gramos. Este grupo centra su trabajo en identificar la fracción como operador, se centra en encontrar  $\frac{1}{5}$  de 500. Teniendo el concepto de

fracción identificado, se cuenta con diversos recursos para su solución, entre ellos el gráfico que organiza la noción a aplicar:



Otra forma es la estrategia algorítmica, es decir, realizar el cálculo basado en procedimientos numéricos con operaciones establecidas como son la multiplicación y la división. Así se tiene:

$$\frac{1}{5} \text{ de } 500$$

$$\frac{1}{5} \times 500 = \frac{500}{5} = 100$$

Por otro lado, se tiene casi al 37% de estudiantes que marcaron alternativas a y b. Estos distractores ponen en evidencia que parte de su dificultad está en la comprensión de la pregunta, sin embargo, se puede ver un tratamiento adecuado en el concepto de fracción en parte de su procedimiento. Ambos grupos pasaron por aplicar adecuadamente el concepto de fracción como operador, es decir, encontrar que  $\frac{1}{5}$  de 500 es 100 pero no atendió a la pregunta, hallando el peso de la bolsa y su adicional, en uno de los casos o, disminuyendo esto al peso total de la bolsa.

Casos como estos ponen de manifiesto lo que D'Amore (2006) afirma acerca del error, cuando señala que no siempre es producto de un desconocimiento o falta de comprensión de una noción, sino puede ser causado por otro tipo de errores como de procedimiento o de comprensión de la tarea.

Finalizado el análisis de los 15 ítems que se han aplicado en las evaluaciones censales de segundo de secundaria 2015 – 2016 y que involucran el uso del concepto de la fracción, se presenta a manera de resumen la tabla 9. En ella se indica, por pregunta, el significado de fracción abordado en la tarea, sabiendo que en algunos casos no es algo exclusivo, es decir, intervienen varios significados pero se enfatiza uno de ellos. Luego, se señala la tasa de respuestas correctas alcanzada en cada pregunta y finalmente, el nivel de logro en que se ubicó la tarea al combinar la habilidad del estudiante y la dificultad del ítem en la Evaluación Censal. Así tenemos:

Tabla 9.  
*Resumen de los datos de los ítems de fracción en la ECE*

Código del ítem	Significado de fracción	% Acierto					Nivel de logro ES / S / P / I
		[0–20]	[20–40]	[40–60]	[60–80]	[80–100]	
MA2S00206	Operador	X					ES
MA5S00342	Parte todo c	X					ES
MA2S00030	Razón		X				ES
MA2S00028	Parte todo c		X				ES
MA2S00211	Cociente		X				ES
MA2S00056	Parte todo c		X				ES
MA2S00094	Medida		X				ES
MA2S00160	Parte todo c		X				ES
MA2S00002	Medida		X				S
MA2S00105	Operador		X				S
MA5S00283	Razón			X			S
MA6P00557	Parte todo c			X			S
MA6P00479	Parte todo d			X			S
MA6P00507	Parte todo c			X			S
MA5S00280	Operador			X			P

En resumen, se deja evidencia que es desde el currículum y las evaluaciones estandarizadas que los significados de fracción están presentes eso debe

enfatzarse desde las actividades de aula. Por ello, de los 15 ítems analizados de la ECE 2015 – 2016 relacionados al concepto de fracción, tenemos la siguiente tabla resumen que indica:

- Los significados de fracción involucrados,
- La frecuencia de tasas de acierto de los estudiantes,
- Nivel de logro alcanzado por la población evaluada.

Observamos también, que de los 15 ítems analizados de la ECE 2015 – 2016 con respecto al concepto de fracción, se observa que estos están relacionados a los distintos **significados de fracción** que se mencionan por Kieren (1993).

El significado *parte todo continuo* es el que se presenta en mayor cantidad de veces, por ser el significado más trabajado en aulas, y los ítems responden a las diferentes representaciones y niveles de complejidad, como se observa en la figura 51.

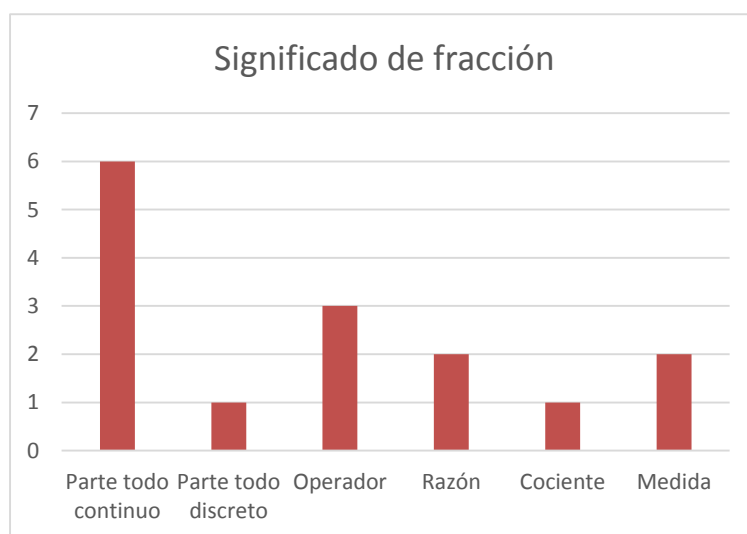


Figura 51. Resultado de ítems por significado de fracción

Se observa también, que de los 15 ítems analizados de la ECE 2015 – 2016 con respecto a su **tasa de acierto**, el nivel de dificultad que se les presenta a los estudiantes es considerable. Los dos ítems más complejos son resueltos por el 8% y 18 % de la población evaluada, grupo muy reducido. Por otro lado, 14 de estos ítems son resueltos por menos del 50% de la población evaluada, como lo vemos en la figura 52.

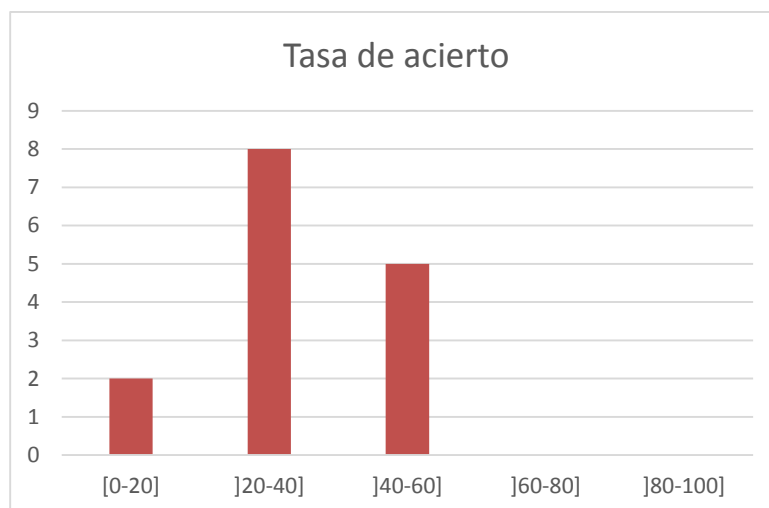


Figura 52. Resultado de ítems por tasa de acierto

De la misma manera, de los 15 ítems analizados de la ECE 2015 – 2016 con respecto a sus niveles de logro, cabe señalar que casi en su totalidad estos ítems constituyen las tareas de mayor dificultad en toda la escala de ítems. El nivel satisfactorio implica las tareas que corresponden al grado evaluado y sin embargo, hablar de fracciones en segundo grado de secundaria es casi en su mayoría algo más complejo de lo que corresponde, siendo así que 9 de los 15 ítems están ubicados por encima del nivel satisfactorio. Esto se muestra en la figura 53.

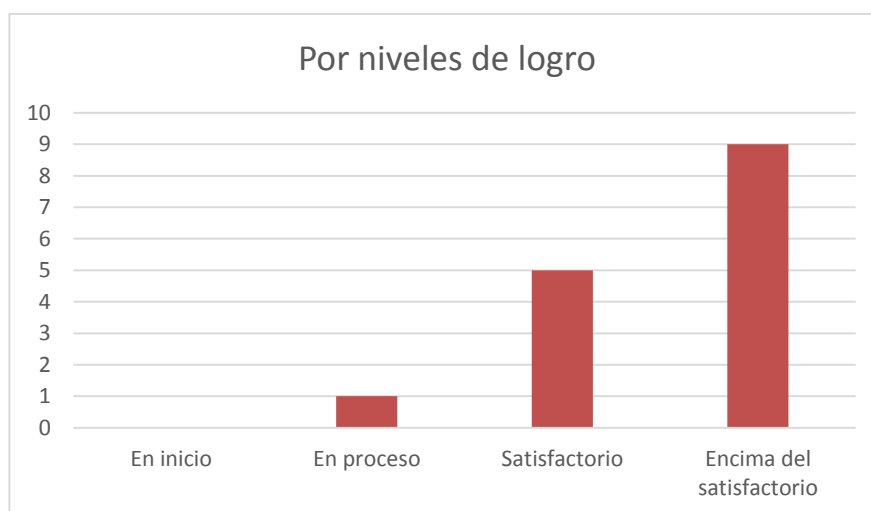


Figura 53. Resultado de ítems por niveles de logro

Estos cuadros resumen señalan la dificultad por parte del estudiantes de segundo de secundaria para enfrentar tareas que involucran el concepto de fracción y actuar de manera reflexiva, con procedimientos flexibles que muestren su comprensión de las nociones.

## **V. DISCUSIÓN**

Siendo el centro de la investigación determinar la relación de la comprensión del concepto de fracción con sus significados, comenzaremos por enfocar la discusión desde los puntos señalados en los objetivos específicos.

Atendiendo al primer objetivo específico, se ha podido presentar a lo largo de esta investigación los distintos significados de las fracciones que van teniendo su punto de partida en el uso funcional y concreto para abstraer de mejor manera su concepto. Sin embargo, los resultados de manera general, obtenidos en las tareas de fracciones de la ECE 2015 y 2016 nos muestran que menos del 50% de estudiantes de todo el país logran responder correctamente tareas que involucren algunas de estas nociones. Estos resultados son preocupantes por ser la fracción uno de los conceptos muy usados en la vida cotidiana y sin embargo su manejo queda muy expuesto a ser tomado con errores. Esto puede deberse a que por lo general solo se desarrolla un significado de fracción (Silva 2005) durante la primaria y se piensa que con ello es suficiente para abordar todas las situaciones que se planteen. Si esto sucediera, al hablar solo de la fracción como parte todo, es incomprensible encontrar soporte para explicar cómo se da una situación que pueda explicar  $\frac{5}{4}$  de ese todo. Esta misma autora señala, que es quizás el único concepto de fracción que puedan tener los docentes, razón por la que limitan su aprendizaje a uno o dos significados y acompañados de mecánicos y poco comprendidos para enfrentar las tareas.

Asimismo, Matute (2010), Hincapie (2011), Flores (2010) entre otros corroboran la idea de que existe interferencia del significado parte todo tan instalado como único concepto, que impide comprender la interpretación de los otros significados. Llinares (1997) advierte que conectar todos estos significados de fracción implica un proceso de aprendizaje que toma un largo plazo, iniciando con nociones intuitivas y consolidando con conceptos formales. Es justamente este punto el que queda explícito con los resultados. Si solo se trabaja desde tercer grado hasta segundo de secundaria solo un concepto, por lo general parte-todo, esto hace que en este grado los estudiantes no consoliden sus aprendizajes y con ello, no les es posible resolver gran parte de las tareas. En concreto, de las 15



tareas de fracciones 11 de ellas pudieron ser resueltas por menos del 40% de estudiantes de todo el país, lo que nos permite afirmar que los estudiantes de segundo de secundaria no han logrado el aprendizaje del concepto de fracción ni han trabajado sus distintos significados.

En referencia al segundo objetivo, que señala poner atención a los elementos que constituyen la conceptualización, se pudo apreciar que menos del 20% de los estudiantes logran conectar las situaciones contextualizadas presentadas con diversas representaciones y pasando de una de ellas a otras, que pueden ser gráficas o simbólicas, y a su vez relacionarlo con el concepto de fracción adecuado. Esta relación se confirma cuando la teoría de campos conceptuales de Vergaud (1990) señala que se alcanza el dominio de un concepto, en este caso de fracciones como campo conceptual, cuando este está constituido por un conjunto de situaciones que de forma progresiva implican el uso de variedad de conceptos y de representaciones que están en estrecha relación. Queda claro que un concepto no puede ser reducido a una definición sino que es necesario plantear situaciones que permitan apreciar la función adaptativa del conocimiento y las formas que va tomando en las acciones que realiza el sujeto. Es así, como un 50% de estudiantes logra identificar la representación gráfica de una fracción como parte todo, siendo una de las tareas propuestas más sencilla. Menos de un 30% de los estudiantes logra resolver tareas con otros significados de fracción que se infieren de las situaciones presentadas y de las interpretaciones de diversas representaciones, por lo general simbólicas y gráficas. Estos resultados evidencian que los estudiantes de segundo de secundaria no consolidan el concepto de fracción por la limitación del enfoque de fracción en su tratamiento. Es probable que (Moreira 2002), al no comprender las tareas, los estudiantes opten por conductas automatizadas, procedimientos rígidos establecidos y estarán organizado por un único esquema. Rasgos de estas conductas se evidencian en varias de las tareas analizadas, como al comparar fracciones o al buscar el referente o el todo, dada una parte.

Respecto al tercer objetivo específico, donde se aborda lo relacionado a las concepciones de fracción, cabe dedicar unas líneas para comprender algunas acepciones a este término. Algunos autores refieren que las concepciones son constructos cognitivos que organiza los conceptos en el individuo y que de alguna manera va de la mano con las creencias del individuo. Así, el estudiante con el tiempo construye un concepto y se hace una imagen mental de ese concepto. Puede ser, que luego esa imagen se revele inadecuada con respecto a otra del mismo concepto. Es allí donde surgen los conflictos que de no ser atendidos oportuna y adecuadamente pueden generar dificultades en el aprendizaje. Por ejemplo, Fandiño (2009) indica que un estudiante aprende que  $m/n$ , donde  $m < n$ , es una fracción y representa una parte del todo. Esto se presenta repetidas veces al estudiante y de varias formas tanto concretas como gráficas y queda claro que la fracción es una parte de todo. Luego, para este estudiante la expresión  $m/m$  no sería una fracción por no calzar con la imagen mental concebida de ser una parte de todo. Menos aún, si tuvieran una expresión  $m/n$  donde  $m > n$ .

Entre las concepciones se pudo evidenciar con el análisis de las tareas que:

Los estudiantes tratan las fracciones como un arreglo de dos números naturales que conforman una fracción y no como una cantidad fraccionaria. Por ejemplo: al comparar fracciones, solo ordenan numeradores o denominadores entre sí. Como se vio en la tarea de buscar la medida de una caja que sea intermedia a las dadas entre  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{1}{4}$  y respondieron que está  $\frac{1}{3}$ ; o donde se busca la menor distancia recorrida desde la escuela y entre  $\frac{3}{4}$  km y  $\frac{5}{9}$  km escogen como fracción menor la que está conformada por menores cifra, es decir  $\frac{3}{4}$ . Esto sucede casi con un 70% de la población evaluada que no comprende la fracción como un número sino como arreglo de dos números naturales (Silva 2005).

El trabajar en las aulas con frecuencia de una misma manera propicia que realicen generalizaciones incorrectas. Por ejemplo, si alguna unidad se divide, ésta “tiene” que ser en partes iguales. De allí que al repartir el terreno en tres partes, 30%, 30% y 40%, un 70% de estudiantes responde erradamente que la fracción para 40% es  $\frac{1}{3}$  del total por haberse formado tres grupos en total sin advertir sus

características de distribución. Como indica D'Amore (2006), estas dificultades surgen por la identificación del adjetivo "igual" así como la representación gráfica de partes congruentes y no equivalentes. De igual manera sucede cuando, Carrillo (2012) señala que son los textos escolares que trabajan de manera estrecha algunas nociones de fracciones o no las trabajan, dejando vacíos en estas nociones o saltos a prácticas automatizadas.

Otra evidencia clara la muestra Quispe (2011), quien investigando en los estudiantes de los cinco años de la escolaridad en secundaria, evidencia que al no desarrollar una noción adecuada de fracción en un momento oportuno, este genera serias consecuencias en el aprendizaje, haciendo que cada vez aplique menos lo aprendido y se aleje del desarrollo de su competencia matemática. Angles (2015) señala también como estas intervenciones tan específicas y mecánicas limita en otros conocimientos matemáticos como porcentaje u operaciones con fracciones.

Otras de las concepciones a mencionar son las que Fandiño (2009) denomina como dificultades en la gestión autónoma o espontánea de esquemas, figuras o modelos. Quiere decir, que si el estudiante es expuesto a situaciones ya ensayadas, probablemente surjan modelos pre-constituidos y de exitosa solución. Esto se aprecia cuando usan solo gráficos conocidos para representar el todo en una fracción. De lo contrario no distinguen datos correctos ni logran proponer otros ejemplos. Evidencia de este caso es en el que compara dos fracciones al buscar un envase de capacidad intermedia a las dos dadas, entra en crisis y por lo general con resultados no exitosos. En este caso, solo el 24% lo resuelve bien. Entre estas características de trabajo están las actividades que proponen procesos inversos, es decir, no siempre partir del todo para encontrar las partes sino también partir de las partes para llegar a la unidad o todo.

Como se observa en estos casos, los errores no solo expresan ausencia de aprendizaje, en muchos casos ponen de manifiesto un aprendizaje inconcluso o quizás con una limitada visión de su concepto y lo que D'Amore (2006) señala como obstáculos en el aprendizaje.

## **VI. CONCLUSIONES**

En coherencia a los objetivos propuestos en este estudio, presentamos a continuación las conclusiones específicas obtenidas en esta investigación.

1. Las tareas referidas a fracciones, de la ECE 2015 y 2016 de segundo grado de secundaria, abordan los diferentes significados de fracción como parte todo, cociente, medida, operador y razón como se ha presentado en las tareas analizadas en esta investigación. En ellas se pudo apreciar que los estudiantes no logran identificar dichos significados trabajándolos con dificultad y poco acierto, estando 14 de las 15 tareas de fracciones ubicadas en los niveles más altos de logro, Satisfactorio (menos del 49% de tasa de acierto) y por Encima del satisfactorio (menos del 33% de tasa de acierto).

2. Al analizar los elementos que constituyen la conceptualización: situación, invariante y representación, estos elementos generan distintos niveles de complejidad en las tareas. Así, las tareas referidas al concepto de fracción como parte-todo representadas gráficamente y en situaciones sencillas, tal como se abordan en los textos escolares y que son mayormente dominados por el docente, resultan ser las tareas más sencillas para los estudiantes (Alrededor del 50% de tasa de acierto).

3. A partir del análisis de los ítems basados en las concepciones de fracción, las tareas de menor dificultad para el estudiante son las referidas al concepto de fracción como parte-todo con un soporte geométrico que es dividido en partes iguales, forma en la que resuelven la mayoría de las tareas. Cuando se presentan situaciones de los otros significados de fracción como operador y como razón, los estudiantes siguen aplicando los significados que más conocen, como es parte-todo, aun sin corresponder llevándolos a presentar errores en sus respuestas.

4. Según las evidencias encontradas en esta investigación se ha podido observar la dificultad que existe con respecto a la comprensión de los conceptos de fracción que tienen los estudiantes durante la escolaridad. Esto puede estar relacionado con el nivel de preparación de los estudiantes en formación de

Educación Primaria como también de los docentes en ejercicio. Dichas dificultades puede deberse al desconocimiento de los distintos significados de la fracción y a la falta de una mirada funcional de los mismo; por otro lado, puede ser que el trabajo en las aulas esté concentrado solo en uno de los significados de fracción, originando que los estudiantes no logren la comprensión cabal del concepto de fracción, no interpretan las diferentes representaciones y por lo mismo, tengan dificultad para resolver algunas situaciones problemáticas.

## **VII. RECOMENDACIONES**

Consideramos que este trabajo puede dar un valioso aporte dando respuesta al sentido que tiene la Evaluación Censal de Estudiantes, cuya finalidad es informar al país acerca de los logros de aprendizaje alcanzados por los estudiantes de segundo de secundaria en Matemática, así como comparar los resultados en el tiempo y sobretodo brindar información a los docentes, directores y especialistas en general para que puedan tomar decisiones informadas de acuerdo a sus niveles de responsabilidad. Por ello, los aportes y las evidencias encontradas en esta investigación pueden complementarse con otras investigaciones que nos llevan a plantear las siguientes recomendaciones:

1. La curricula nacional pide desarrollar el concepto de fracción desde sus diferentes significados. Al evidenciar el poco logro de estos aprendizajes se recomienda trabajar desde los primeros grados de la escolaridad, desde un enfoque centrado en la resolución de problemas, tal como lo señala el actual Diseño Curricular, los distintos significados de las fracciones para poder consolidar la comprensión del concepto y poder aplicarlo en diferentes situaciones que se le presenten.

2. Propiciar en los planes de clase la construcción de las nociones a partir de los diferentes elementos de la conceptualización: situación, invariante y representación, generando distintos niveles de complejidad en las tareas, brindando oportunidad de un manejo flexible de las nociones como el enfrentarse a distintos niveles de demanda cognitiva de las tareas.

3. Generar situaciones que integren diferentes nociones matemáticas basada en sus diversos significados, partiendo desde fracción como parte todo, abordando luego los demás significados, para luego relacionarlas al concepto de fracción el porcentaje, la razón, la medida, la semejanza de figuras, entre otros, y siempre con una mirada funcional de la matemática.

4. Para atender el nivel de preparación de docentes en ejercicio y de los futuros docentes de matemática, se recomienda brindar información en capacitaciones que



difundan los significados de la fracción en sus diferentes representaciones y situaciones considerando los aspectos necesarios para lograr la conceptualización adecuada de este constructo.

## **VIII. REFERENCIAS**

- Angles, S. (2015). *El aprendizaje de la adición y sustracción de fracciones en estudiantes de primer grado de educación secundaria basado en la teoría de situaciones didácticas* (tesis de maestría). Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, Perú. Recuperado el 16 de febrero de 2017 de: [http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/123456789/6748/ANGLES\\_MEJIA\\_SOLEDAD\\_APRENDIZAJE.pdf?sequence=1](http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/123456789/6748/ANGLES_MEJIA_SOLEDAD_APRENDIZAJE.pdf?sequence=1)
- Carrillo, M. (2012). *Análisis de la organización matemática relacionada a las concepciones de fracción que se presentan en el texto escolar Matemática Quinto Grado de Educación Primaria* (tesis de maestría). Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, Perú. Recuperado el 16 de febrero de 2017 de: [http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/123456789/1547/CARRILLO\\_YALAN\\_MILAGROS\\_ORGANIZACION\\_MATEMATICA.pdf?sequence=1](http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/123456789/1547/CARRILLO_YALAN_MILAGROS_ORGANIZACION_MATEMATICA.pdf?sequence=1)
- Castro, O. (2017) *Comprensión del concepto de fracción en los estudiantes en formación inicial de educación primaria. Una mirada desde la teoría de campos conceptuales*. Universidad Antonio Ruiz de Montoya. Lima, Perú. Recuperado el 12 de febrero de 2018 en: [http://repositorio.uarm.edu.pe/bitstream/UNIARM/44/1/Castro%20Mora%2c%20Olimpia%20Rosa\\_Tesis\\_Licenciatura\\_2017.pdf](http://repositorio.uarm.edu.pe/bitstream/UNIARM/44/1/Castro%20Mora%2c%20Olimpia%20Rosa_Tesis_Licenciatura_2017.pdf)
- D'Amore, B. (2006). *Didáctica de la Matemática*. Bogotá: Didáctica Magisterio.
- De León, H. y Fuenlabrada, I. (1996, julio-diciembre) *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 1(2), 268-282. Recuperado el 20 de febrero de 2017 de: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=14000202>
- Fandiño, M. (2009). *Las fracciones. Aspectos conceptuales y didácticos*. Bogotá: Didáctica Magisterio.

Flores, R. (2010). *Significados asociados a la noción de fracción en la escuela secundaria* (tesis de maestría). Instituto Politécnico Nacional, México D.F., México. Recuperado el 10 de marzo de 2017 de: <http://docplayer.es/11684965-Tesis-que-para-obtener-el-grado-de-maestria-en-ciencias-en-matematica-educativa-presenta-rebeca-flores-garcia.html>

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2010) *Metodología de la Investigación*. (5.º ed.) México, McGrawHill/Interamericana.

Hincapié, C. (2011). *Construyendo el concepto de fracción y sus diferentes significados, con los docentes de primaria de la Institución Educativa San Andrés de Girardota*. Medellín: Universidad Nacional de Colombia. Recuperado el 12 de marzo de 2016 de: <http://www.bdigital.unal.edu.co/6084/1/43701138.2012.pdf>

Llinares, S. y Sánchez, M. (1997). *Fracciones*. Madrid: Síntesis.

Matute, K. (2010). *Concepciones Matemáticas en los estudiantes de Séptimo Grado de la Escuela Normal Mixta "Pedro Nufio" acerca de las fracciones y sus diferentes interpretaciones*. Recuperado el 3 de marzo de 2016 de: <http://www.cervantesvirtual.com/downloadPdf/concepciones-matematicas-en-los-estudiantes-de-septimo-grado-de-la-escuela-normal-mixta-pedro-nufio-acerca-de-las-fracciones-y-sus-diferentes-interpretaciones/>

Ministerio de Educación [Minedu]. (2005a). *Evaluación Nacional del Rendimiento Estudiantil 2004*. Informe Pedagógico de resultados - Secundaria. Recuperado el 18 de marzo de 2016 de: [http://www2.minedu.gob.pe/umc/admin/images/en2004/MatematicaS3\\_5.pdf](http://www2.minedu.gob.pe/umc/admin/images/en2004/MatematicaS3_5.pdf)

Ministerio de Educación [Minedu]. (2005b). *Evaluación Nacional del Rendimiento Estudiantil 2004*. Informe Pedagógico de resultados - Primaria. Recuperado el 18 de marzo de 2016 de:

[http://www2.minedu.gob.pe/umc/admin/images/en2004/MatematicaP2\\_6.pdf](http://www2.minedu.gob.pe/umc/admin/images/en2004/MatematicaP2_6.pdf)

Ministerio de Educación [Minedu]. (2016a). *¿Qué logran los estudiantes en Matemática?. 2.º grado de secundaria*. Lima: Autor. Recuperado el 3 de junio de 2016 en: [http://umc.minedu.gob.pe/wp-content/uploads/2016/03/Informe-para-el-docente-Matem%C3%A1tica\\_ECE-2015.pdf](http://umc.minedu.gob.pe/wp-content/uploads/2016/03/Informe-para-el-docente-Matem%C3%A1tica_ECE-2015.pdf)

Ministerio de Educación [Minedu]. (2016b). *Informe de Resultados de la Evaluación Muestral (EM - 2013) Sexto grado de primaria*. Documento en trabajo. Lima: Autor.

Ministerio de Educación [Minedu]. (2016c). *Currículo Nacional de la Educación Básica*. Recuperado de: <http://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/programa-primaria-16-marzo.pdf>

Ministerio de Educación [Minedu]. (2016d). *Marco de Fundamentación de la Pruebas de la Evaluación Censal de Estudiantes*. Lima: Autor. Recuperado el 6 de enero 2018 en: <http://umc.minedu.gob.pe/marco-de-fundamentacion-de-las-pruebas-de-la-evaluacion-censal-de-estudiantes/>

Ministerio de Educación [Minedu]. (2016e). *Reporte técnico de la Evaluación Censal de Estudiantes (ECE 2015)*. Lima: Autor. Recuperado el 8 de enero 2018 en: [http://umc.minedu.gob.pe/wp-content/uploads/2016/07/archivo\\_Web-1.pdf](http://umc.minedu.gob.pe/wp-content/uploads/2016/07/archivo_Web-1.pdf)

Ministerio de Educación [Minedu]. (2017a). *¿Qué logran los estudiantes en Matemática?. 2.º grado de secundaria*. Lima: Autor. Recuperado el 13 de junio de 2017 en:

<http://umc.minedu.gob.pe/wp-content/uploads/2017/04/Informe-para-Docentes-Matem%C3%A1tica-ECE-2016-2.%C2%B0-grado-de-secundaria.pdf>

Ministerio de Educación [Minedu]. (2017b). *El Perú en PISA 2015. Informe nacional de resultados*. Lima: Autor. Recuperado el 12 de enero 2018 de: [http://umc.minedu.gob.pe/wp-content/uploads/2017/04/Informe-PISA-2015\\_ALTA.pdf](http://umc.minedu.gob.pe/wp-content/uploads/2017/04/Informe-PISA-2015_ALTA.pdf)

Moreira, M. (2002). *Vergnaud's conceptual fields theory, science education, and research in this area* [La teoría de los campos conceptuales de Vergnaud, la enseñanza de las ciencias y la investigación en el área] (I. Iglesias, trad.). Instituto de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. Recuperado el 16 de abril de 2016 en: <http://www.if.ufrgs.br/~moreira/vergnaudespanhol.pdf>

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000a). *Principios y estándares para la educación matemática*. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.

Perera, P. y Valdemoros, M. (2007). *Propuesta Didáctica para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado de educación primaria*. Investigación en Educación Matemática XI (pp. 209-218). Recuperado el 3 de marzo de 2016 de: <https://documat.unirioja.es/descarga/articulo/2697033.pdf>

- Quispe, W. (2011). *La Comprensión de los Significados del Número Racional Positivo y su Relación con sus Operaciones Básicas y Propiedades Elementales* (tesis de doctorado). Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle, Lima, Perú. Recuperado el 14 de noviembre de 2015 de: [http://www.etnomatematica.org/publica/trabajos\\_doctorado/Tesis-Wenceslao.pdf](http://www.etnomatematica.org/publica/trabajos_doctorado/Tesis-Wenceslao.pdf)
- Silva, M. (2005). *Investigando saberes de professores do ensino fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série* (tesis de doctorado). Pontificia Universidad Católica de Sao Paulo, Sao Paulo, Brasil. Recuperado el 3 de marzo de 2016 de: <http://www.ime.usp.br/~iole/significados%20da%20fra%E7%E3o.pdf>
- Vergnaud, G. (1990). *La Teoría de los Campos Conceptuales* (J. D. Godino, trad.). *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10(2), 133-170. Recuperado el 18 de febrero de 2016 de: [http://fundesuperior.org/Articulos/Pedagogia/Teoria\\_campos\\_conceptuales.pdf](http://fundesuperior.org/Articulos/Pedagogia/Teoria_campos_conceptuales.pdf)
- Vergnaud, G. (2007). *In what sense the conceptual fields theory might help us to facilitate meaningful learning?* [¿En qué sentido la teoría de los campos conceptuales puede ayudarnos para facilitar aprendizaje significativo?] (C. Caballero, trad.). *Investigações em Ensino de Ciências*, 12(2), 285-302. Recuperado el 18 de febrero de 2016 de: [http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo\\_ID172/v12\\_n2\\_a2007.pdf](http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo_ID172/v12_n2_a2007.pdf)

## ANEXOS

### Anexo 1. Matriz de Categorización

#### Comprensión del concepto de fracción y de sus significados de los estudiantes de segundo grado de secundaria en la Evaluación Censal, 2015 y 2016.

Problema general	Objetivo general	Categorías	Sub categorías	Técnicas	Instrumento
<p>¿Cómo se relaciona la comprensión del concepto de fracción y sus significados en los estudiantes de segundo grado de secundaria en la Evaluación Censal, 2015 y 2016?</p> <p><b>Problemas específicos</b></p> <p><b>P<sub>1</sub>:</b> ¿Qué significado de fracción se abordan en las tareas de la Evaluación Censal de segundo de secundaria?</p> <p><b>P<sub>2</sub>:</b> ¿Cuáles son los conceptos de fracción que tienen los estudiantes de segundo de secundaria?</p>	<p>Interpretar la comprensión del concepto de fracción con sus significados en los estudiantes de segundo grado de secundaria en la Evaluación Censal, 2015 y 2016.</p> <p><b>Objetivos específicos</b></p> <p><b>O<sub>1</sub>:</b> Conocer el significado de las fracciones en las tareas de la Evaluación Censal de Estudiantes de segundo grado de secundaria 2015 – 2016.</p> <p><b>O<sub>2</sub>:</b> Profundizar en los elementos que constituyen la conceptualización de la fracción en las tareas de la Evaluación Censal de Estudiantes de segundo grado de secundaria 2015 – 2016.</p>	<p>Significado de fracción</p> <p>Concepto de fracción</p>	<p>Fracción parte todo Fracción como medida Fracción como operador Fracción como razón Fracción como cociente</p> <p>Situaciones Invariantes Representaciones</p>	<p>• El análisis de documentos</p>	<p>• Ficha de recojo de información</p>



<p><b>P<sub>3</sub>:</b> ¿Qué conceptos, situaciones y representaciones usan los estudiantes de segundo de secundaria al resolver tareas que involucran nociones de fracción?</p>	<p><b>O<sub>3</sub>:</b> Comprender las concepciones de fracción que el estudiante utiliza al resolver las tareas que involucran distintos significados de fracción en la Evaluación Censal de segundo de secundaria, 2015 y 2016.</p>				
---	--	--	--	--	--

### Métodos

Enfoque: Cualitativo

Tipo: Descriptivo

Diseño: Teoría fundada

Marco: No experimental

Corte: Transversal

Método: Inductivo

### Unidad de análisis

Evaluaciones de Matemática de los estudiantes de segundo grado de secundaria a nivel nacional en los años 2015 y 2016.

Aproximadamente resultados de 500 000 evaluaciones en cada año, pertenecientes a las 26 regiones del país.

## Anexo 2. Competencia: Resuelve problemas de cantidad.

Programa Curricular de Educación Matemática 2016. RM 649-2016 MINEDU.  
(MINEDU 2016c, p.75)

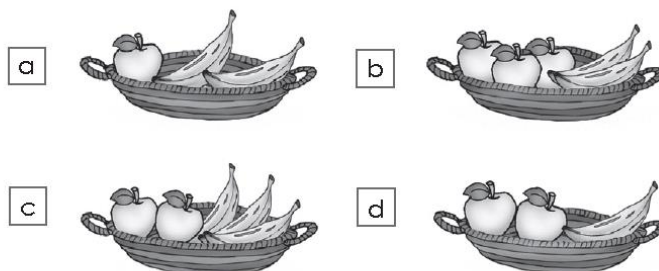
### Estándares de aprendizaje de la competencia “Resuelve problemas de cantidad”

Nivel	Descripción de los niveles de desarrollo de la competencia
DESTACADO	Resuelve problemas referidos a relaciones entre cantidades o realizar intercambios financieros, traduciéndolas a expresiones numéricas y operativas con números racionales e irracionales, y modelos financieros. Expresa su comprensión de los números racionales, sus propiedades y operaciones, la noción de número irracional y la densidad en $\mathbb{Q}$ ; las usa en la interpretación de información científica, financiera y matemática. Evalúa y determina el nivel de exactitud de las estrategias, procedimientos y resultados en las relaciones entre expresiones.
Nivel 7	Resuelve problemas referidos a las relaciones entre cantidades o magnitudes, traduciéndolas a expresiones numéricas y operativas con <b>números naturales, enteros y racionales</b> , verificando si estas expresiones cumplen con las condiciones iniciales del problema. Representa <b>relaciones de equivalencia entre expresiones decimales, fraccionarias y porcentuales</b> , entre unidades de masa, tiempo y monetarias; empleando lenguaje matemático.
Nivel 6	Resuelve problemas referidos a las relaciones entre cantidades o magnitudes, traduciéndolas a expresiones numéricas y operativas con números naturales, enteros y racionales, y descuentos porcentuales sucesivos, verificando si estas expresiones cumplen con las condiciones iniciales del problema. Expresa su comprensión de la relación entre los órdenes del sistema de numeración decimal con las potencias de base diez, y entre las operaciones con números enteros y racionales; y las usa para interpretar enunciados o textos diversos de contenido matemático. Representa relaciones de equivalencia entre expresiones decimales, fraccionarias y porcentuales, entre unidades de masa, tiempo y monetarias; empleando lenguaje matemático. Selecciona, emplea y combina recursos, estrategias, procedimientos, y propiedades de las operaciones y de los números para estimar o calcular con enteros y racionales; y realizar conversiones entre unidades de masa, tiempo y temperatura; verificando su eficacia. Plantea afirmaciones sobre los números enteros y racionales; identifica errores o vacíos en las relaciones entre expresiones.
Nivel 5	Resuelve problemas referidos a las relaciones entre cantidades o magnitudes, traduciéndolas a expresiones numéricas y operativas con números naturales, enteros y racionales, y descuentos porcentuales sucesivos, verificando si estas expresiones cumplen con las condiciones iniciales del problema. Expresa su comprensión de la relación entre los órdenes del sistema de numeración decimal con las potencias de base diez, y entre las operaciones con números enteros y racionales; y las usa para interpretar enunciados o textos diversos de contenido matemático. Representa relaciones de equivalencia entre expresiones decimales, fraccionarias y porcentuales, entre unidades de masa, tiempo y monetarias; empleando lenguaje matemático. Selecciona, emplea y combina recursos, estrategias, procedimientos, y propiedades de las operaciones y de los números para estimar o calcular con enteros y racionales; y realizar conversiones entre unidades de masa, tiempo y temperatura; verificando su eficacia. Plantea afirmaciones sobre los números enteros y racionales; identifica errores o vacíos en las relaciones entre expresiones.
Nivel 4	Resuelve problemas referidos a una o más acciones de agregar, quitar, igualar, repetir o repartir una cantidad, combinar dos colecciones de objetos, así como partir una unidad en partes iguales; traduciéndolas a expresiones aditivas y multiplicativas con números naturales y expresiones aditivas con fracciones usuales <sup>39</sup> . Expresa su comprensión del valor posicional en números de hasta cuatro cifras y los representa mediante equivalencias, así como la comprensión de las nociones de multiplicación, sus propiedades conmutativa y asociativa y las nociones de división, la noción de fracción como parte – todo y las equivalencias entre fracciones usuales; usando lenguaje numérico y diversas representaciones. Emplea estrategias, el cálculo mental o escrito para resolver problemas de equivalencia entre fracciones usuales.
Nivel 3	Resuelve problemas referidos a una o más acciones de agregar, quitar, igualar, repetir o repartir una cantidad, combinar dos colecciones de objetos, así como partir una unidad en partes iguales; traduciéndolas a expresiones aditivas y multiplicativas con números naturales y expresiones aditivas con fracciones usuales <sup>39</sup> . Expresa su comprensión del valor posicional en números de hasta cuatro cifras y los representa mediante equivalencias, así como la comprensión de las nociones de multiplicación, sus propiedades conmutativa y asociativa y las nociones de división, la noción de fracción como parte – todo y las equivalencias entre fracciones usuales; usando lenguaje numérico y diversas representaciones. Emplea estrategias, el cálculo mental o escrito para resolver problemas de equivalencia entre fracciones usuales.
Nivel 2	Resuelve problemas referidos a relacionar objetos de su entorno según sus características perceptuales; agrupar, ordenar hasta el quinto lugar, seriar hasta 5 objetos, comparar cantidades de objetos y pesos, agregar y quitar hasta 5 elementos, realizando representaciones con su cuerpo, material concreto o dibujos. Expresa la cantidad de hasta 10 objetos, usando estrategias como el conteo. Usa cuantificadores: “muchos” “pocos”, “ninguno”, y expresiones: “más que” “menos que”. Expresa el peso de los objetos “pesa más”, “pesa menos” y el tiempo con nociones temporales como “antes o después”, “ayer” “hoy” o “mañana”.
Nivel 1	Explora por propia iniciativa los objetos y situaciones de su entorno cotidiano utilizando sus sentidos, sus propias estrategias y criterios reconociendo algunas características y estableciendo relaciones o agrupaciones entre ellos y comprende algunas expresiones sencillas relacionadas con la cantidad y el tiempo.

### Anexo 3. Relación de ítems liberados de la ECE 2015 – 2016.

Código del ítem: MA6P00479 ECE 2015

¿En cuál de los siguientes fruteros los  $\frac{2}{3}$  de las frutas son manzanas?



Código del ítem: MA2S00028 ECE 2015

Observa los envases en los que una fábrica comercializa la leche.



Se requiere envasar la leche en una nueva caja cuya capacidad sea mayor que la de la caja pequeña, pero menor que la de la caja grande. ¿Cuál de las siguientes medidas podría ser la capacidad de la nueva caja?

- ☐ a  $\frac{1}{8}$  l   
 ☐ b  $\frac{2}{3}$  l   
 ☒ c  $\frac{3}{8}$  l   
 ☐ d  $\frac{3}{2}$  l

Código del ítem: MA5S00280 ECE 2016

La fábrica de detergentes "Espuma" brinda la siguiente oferta para las bolsas de 500 gramos. Observa.



¿Cuántos gramos adicionales de detergente brinda esta oferta?

- |                            |             |                                       |             |
|----------------------------|-------------|---------------------------------------|-------------|
| <input type="checkbox"/> a | 600 gramos. | <input type="checkbox"/> c            | 400 gramos. |
| <input type="checkbox"/> b | 550 gramos. | <input checked="" type="checkbox"/> d | 100 gramos. |

Código del ítem: MA2S00206 ECE2016

Martín afirma lo siguiente:

"El 20 % siempre es menor que el 50 %"

Propón un ejemplo para probar que la afirmación de Martín **NO** se cumple.

Desarrolla aquí tu respuesta.

#### Anexo 4. Constancias de confiabilidad y confidencialidad de los datos

**Declaración Jurada**

Yo OLIMPIA ROSA CASTRO MORA, con DNI 08737670, profesora de Matemática y alumna de la maestría de Medición y Evaluación de la Calidad Educativa de la Universidad César Vallejo, solicité información a la Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes (UMC) con motivo de realizar mi trabajo de investigación para concluir con el título de la maestría.


Dejo constancia que la información solicitada corresponde a los resultados de la Evaluación Censal de Estudiantes (ECE) 2015 y 2016 de los estudiantes de segundo grado de secundaria, a nivel nacional, referido a la medida por ítem y por tasa de acierto de cada una de las tareas relacionadas a la noción de fracción.


Doy fe que la información que se muestra a continuación y que sirvió como insumo en la investigación fue solicitada a través de la página web de la UMC en la sección "Atención a consultas – Solicitud de base de datos" y fue recibida por correo e-mail, el día 02 de marzo de 2018, a partir de una ruta a la que se podía acceder, en un tiempo limitado, con una clave generada por la UMC.

Adjunto copia de la solicitud de la base de datos, de los correos que evidencian esta gestión para la obtención de dichos datos, el Compromiso de Protección de Confidencialidad y un listado de los datos recibidos.

Asimismo, presento la validación de la UMC, con sellos y firmas, de todos estos trámites realizados tal como se ha explicado.

Atentamente,

  
Olimpia Rosa Castro Mora



Lima, 10 de mayo de 2018

10/5/2018

Correo - olimpiacastro@hotmail.com

## RE: Solicitud de información

CONSULTAS UMC &lt;CONSULTASUMC@minedu.gob.pe&gt;

vie 02/03/2018 03:07 p.m.

Para: Olimpia Rosa Castro Mora &lt;olimpiacastro@hotmail.com&gt;;

Estimado(a):

CASTRO MORA OLIMPIA ROSA

Con respecto a su solicitud, le enviamos la ruta donde puede descargar el pedido, asimismo le indicamos que estará disponible por dos días, luego será eliminado.

<https://drive.google.com/open?id=1vdVmlTorsIViLidufHalck30s5vxl-x>

Clave para abrir archivo: UMC-0523

Atentamente

Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes

IMPORTANTE: Este correo es informativo, favor no responder a esta dirección de correo, ya que no se encuentra habilitada para recibir mensajes.

---

**De:** Olimpia Rosa Castro Mora [mailto:olimpiacastro@hotmail.com]

**Enviado el:** lunes, 26 de febrero de 2018 01:29 p.m.

**Para:** CONSULTAS UMC <CONSULTASUMC@minedu.gob.pe>

**Asunto:** Solicitud de información

Estimados especialistas de la UMC:

Es un gusto saludarlos y a la vez solicitar la siguiente información.

Mi nombre es Olimpia Rosa Castro Mora, profesora de matemática y alumna de la maestría de Medición y Evaluación de la Calidad Educativa de la Universidad César Vallejo.

Con motivo de realizar el trabajo de investigación para concluir con el título de la maestría, solicito me faciliten la información de los resultados de la ECE 2015 y 2016 de los estudiantes de segundo de secundaria a nivel nacional, medida por ítem y por tasa de acierto.

Doy fe que estos resultados serán usados de manera confidencial y para los fines expuestos

Atentamente,

Olimpia Castro





Para solicitar bases de datos debe realizar lo siguiente:

- 1- Llenar el formulario de solicitud de bases de datos
- 2- Aceptar y firmar el compromiso de confidencialidad

**Formulario de Solicitud de las Bases de Datos de la ECE**

<b>I. Datos del solicitante</b>	
Apellidos y nombres del solicitante	Castro Mora, Olimpia Rosa
DNI/ Carnet de extranjería/ Pasaporte	08737670
Correo electrónico (e-mail)	olimpiacastro@hotmail.com
Formación profesional	Docente
Teléfono	954174343
Dirección	Jr. Oslo 136 Urb. Residencial Callao
Distrito	San Miguel
Departamento	Lima
País	Lima
Institución para la que labora o estudia	Ministerio de Educación

<b>II. Propósito de la solicitud</b>
(Marque la opción que corresponda)
<input checked="" type="checkbox"/> Investigación <input type="checkbox"/> Proyecto <input type="checkbox"/> Otros
Describa el propósito de su investigación/proyecto: Determinar la relación del concepto de fracción con sus significados en tareas propuestas en la Evaluación Censal de Estudiantes 2015 y 2016, a estudiantes de 2.º grado de Secundaria.

<b>III. Características de la solicitud</b>
Señale el Nivel (primaria-secundaria), grado (2.º, 4.º de primaria o 2.º de secundaria) y año de la evaluación.  <b>Nivel: Secundaria                      Grado: 2                      Año de evaluación: 2015-2016</b>
Marque la opción que corresponde a su pedido <input type="checkbox"/> Base de datos a nivel de institución educativa con identificación de código modular <input type="checkbox"/> Base de datos a nivel institución educativa con identificación de código modular y a nivel de estudiantes sin identificación <sup>1</sup> Nota: esta base de datos requiere mayores competencias técnicas para su manejo
Tenga en cuenta que si su pedido es de determinadas instituciones educativas debe adjuntar el listado de <u>códigos modulares</u> en archivo Excel

<sup>1</sup> Amparados en el deber de respetar y proteger los derechos humanos, fundamentales y constitucionales de los informantes (honor, intimidad, entre otros), y por lo que prescriben la Ley de Protección de Datos Personales (Ley N° 29733), así como el Código de Buenas Prácticas Estadísticas (aprobado por D.S. N° 072-2012-ED), no se brinda, en caso alguno, la identificación de los estudiantes.



**Compromiso de Protección de Confidencialidad  
(Aplicable a la entrega de información sobre los resultados de las  
evaluaciones de logros de aprendizaje)**

Conste por el presente Compromiso de Confidencialidad que suscriben:

Apellidos	Nombres	DNI
Castro Mora	Olimpia Rosa	08737670

hemos recibido información estadística proporcionada por la Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes del Ministerio de Educación de acuerdo a lo especificado en el formulario de solicitud de base de datos.

Al respecto declaramos conocer que el presente compromiso de protección de confidencialidad se firma de conformidad con lo establecido en el artículo 9.6 del Decreto Supremo No. 072-2012-PCM, que aprueba el Código de Buenas Prácticas Estadísticas del Perú,<sup>2</sup> así como por los artículos 13 y 17 de la Ley de Protección de Datos Personales.

Igualmente, declaramos tener conciencia de que **estas evaluaciones miden los niveles de logros de los estudiantes solo en algunas competencias** —con las limitaciones que supone efectuar y calificar una prueba con lápiz y papel— y en determinados grados. Por ello, siendo un buen instrumento de diagnóstico general de la calidad de los aprendizajes de los grados evaluados, no es un indicador integral sobre la calidad de la enseñanza de las Instituciones educativas individualizadas, ni del desempeño de sus directores o docentes.

Por tales consideraciones, nos comprometemos a no publicar contenidos generados a partir de la información suministrada que:

- Contravengan alguna disposición del Decreto Supremo No. 072-2012-PCM, que aprueba el Código de Buenas Prácticas Estadísticas del Perú;
- Vulneren las prescripciones sobre protección de datos personales, sobre todo aquellas referidas a niños y adolescentes, que contiene la Ley de Protección de Datos Personales, Ley 29733;
- Califiquen y comparen la calidad de la enseñanza de las instituciones educativas individualizadas y el desempeño de sus directores o docentes, solo a partir de este indicador;
- Puedan generar la estigmatización o situaciones de discriminación, trato diferenciado injustificado, hacia toda persona, con especial consideración en los casos de niños y adolescentes;



<sup>2</sup> Ley 29733: «9.6. En casos donde los registros estadísticos confidenciales sean intercambiados por propósitos estadísticos con un tercero, se suscriben acuerdos de protección de confidencialidad que cubran los requisitos bajo este Código. Se mantiene un registro de estos acuerdos».



# UMC

Oficina de Medición de la  
Calidad de los Aprendizajes



PERÚ

Ministerio  
de Educación

Particularmente, entre otras acciones que puedan ocasionar los efectos señalados, nos comprometemos a:

- No permitir acceso alguno a la información que me ha sido suministrada, alcanzada, proveída o comunicado, a personas que no hayan firmado un Compromiso de Protección de Confidencialidad similar con el Ministerio de Educación;
- No difundir, hacer pública, distribuir, comercializar, reproducir ni comunicar alguna información que permita identificar a las Instituciones Educativas contenidas en la información suministrada, ni a sus estudiantes;

Finalmente, declaro saber que, en el caso de que incumpla alguno de los compromisos señalados anteriormente, asumiré la responsabilidad por los daños y perjuicios que ocasione la divulgación de la información, incluidas las responsabilidades legales correspondientes.

☒ X

Al marcar, declaro expresamente asumir el compromiso de confidencialidad, así como las consecuencias que se deriven de su incumplimiento.



*[Handwritten signature]*

Firma

Lima, 26 del mes de febrero del año 2018

cod_item	clave respues	umbral_RT	infit	outfit
MA6P00507	C	1.012	0.89	0.87
MA6P00479	D	1.470	0.84	0.79
MA6P00557	A	1.710	0.81	0.77
MA2S00002	D	1.970	1.00	1.03
MA2S00105	C	1.971	0.97	0.98
MA2S00160	B	2.086	1.06	1.13
MA2S00094	B	2.128	0.90	0.89
MA2S00056	A	2.185	1.05	1.10
MA2S00028	C	2.508	1.00	1.15
MA2S00030	A	2.637	0.89	0.88



cod_item	Tasa acierto	Tasa respuest.	Correlación
MA2S00002	0	9.2	-0.10
MA2S00002	0	29.9	-0.27
MA2S00002	0	24.4	-0.06
MA2S00002	1	33.4	0.40
MA2S00002	0	0.1	-0.04
MA2S00002	0	3.1	-0.06
MA2S00028	0	39.8	-0.29
MA2S00028	0	27.3	0.01
MA2S00028	1	24.3	0.37
MA2S00028	0	8.0	-0.07
MA2S00028	0	0.1	-0.03
MA2S00028	0	0.5	-0.05
MA2S00030	1	22.0	0.48
MA2S00030	0	9.5	-0.15
MA2S00030	0	10.7	-0.12
MA2S00030	0	56.5	-0.23
MA2S00030	0	0.2	-0.02
MA2S00030	0	1.1	-0.05
MA2S00056	1	29.3	0.34
MA2S00056	0	14.4	-0.13
MA2S00056	0	37.4	-0.08
MA2S00056	0	16.8	-0.16
MA2S00056	0	0.1	-0.03
MA2S00056	0	1.9	-0.05
MA2S00094	0	58.7	-0.48
MA2S00094	1	30.3	0.49
MA2S00094	0	4.5	0.06
MA2S00094	0	5.9	0.01
MA2S00094	0	0.1	-0.04
MA2S00094	0	0.6	-0.02
MA2S00105	0	13.1	-0.19
MA2S00105	0	21.9	-0.10
MA2S00105	1	33.3	0.43
MA2S00105	0	28.7	-0.19
MA2S00105	0	0.2	-0.03
MA2S00105	0	2.8	-0.07
MA2S00160	0	13.6	-0.06
MA2S00160	1	31.3	0.34
MA2S00160	0	25.4	-0.19
MA2S00160	0	27.5	-0.10
MA2S00160	0	0.2	-0.03
MA2S00160	0	2.0	-0.07
MA6P00479	0	1.6	-0.04
MA6P00479	0	22.9	-0.33
MA6P00479	0	31.9	-0.28
MA6P00479	1	43.1	0.56
MA6P00479	0	0.1	-0.02
MA6P00479	0	0.4	-0.05
MA6P00507	0	21.8	-0.36
MA6P00507	0	13.1	-0.11
MA6P00507	1	52.7	0.49
MA6P00507	0	12.1	-0.18
MA6P00507	0	0.1	-0.03
MA6P00507	0	0.3	-0.05
MA6P00557	1	38.3	0.58
MA6P00557	0	15.9	-0.21
MA6P00557	0	5.0	-0.07
MA6P00557	0	39.7	-0.38
MA6P00557	0	0.1	-0.03
MA6P00557	0	1.0	-0.06



cod_item	clave resp	umbral_RT	infit	outfit
MA5S00280	A	0.917	0.92	0.90
MA6P00507	B	1.328	0.96	0.96
MA5S00283	D	1.718	1.11	1.14
MA2S00105	B	1.948	0.97	1.00
MA2S00160	A	2.112	1.05	1.16
MA2S00094	B	2.120	0.93	0.96
MA2S00211	B	2.304	1.12	1.30
MA5S00342	B	3.098	0.95	1.21
MA2S00206	1	4.121	0.88	0.57



cod_item	Tasa acierto	Tasa respuesta	Correlación
MA2S00094	0	53.6	-0.47
MA2S00094	1	33.5	0.47
MA2S00094	0	5.1	0.08
MA2S00094	0	7.2	0.00
MA2S00094	0	0.1	-0.05
MA2S00094	0	0.6	-0.04
MA2S00105	0	34.1	-0.23
MA2S00105	1	36.5	0.45
MA2S00105	0	15.9	-0.09
MA2S00105	0	11.0	-0.18
MA2S00105	0	0.1	-0.03
MA2S00105	0	2.4	-0.11
MA2S00160	1	13.0	-0.02
MA2S00160	2	33.1	0.40
MA2S00160	0	28.6	-0.23
MA2S00160	0	23.9	-0.15
MA2S00160	0	0.2	-0.04
MA2S00160	0	1.3	-0.07
MA2S00206	0	74.6	-0.13
MA2S00206	1	0.1	0.01
MA2S00206	2	8.0	0.45
MA2S00206	0	17.4	-0.17
MA2S00211	0	24.8	-0.12
MA2S00211	1	29.8	0.30
MA2S00211	0	26.1	-0.11
MA2S00211	0	15.5	-0.07
MA2S00211	0	0.1	-0.03
MA2S00211	0	3.6	-0.06
MA5S00280	1	11.0	-0.12
MA5S00280	0	25.8	-0.38
MA5S00280	0	4.5	-0.13
MA5S00280	2	57.3	0.50
MA5S00280	0	0.1	-0.03
MA5S00280	0	1.3	-0.11
MA5S00283	0	21.6	-0.10
MA5S00283	0	14.3	-0.14
MA5S00283	0	20.8	-0.16
MA5S00283	1	41.2	0.34
MA5S00283	0	0.2	-0.04
MA5S00283	0	2.0	-0.07
MA5S00342	0	26.4	-0.11
MA5S00342	1	18.1	0.40
MA5S00342	0	14.2	-0.11
MA5S00342	0	39.4	-0.11
MA5S00342	0	0.1	-0.03
MA5S00342	0	1.7	-0.06
MA6P00507	0	20.8	-0.34
MA6P00507	1	17.2	-0.10
MA6P00507	2	48.8	0.47
MA6P00507	0	12.7	-0.18
MA6P00507	0	0.1	-0.04
MA6P00507	0	0.4	-0.09



## Anexo 5. Matriz de datos psicométricos de los ítems de fracción.

### Datos psicométricos de los ítems

cod_item	CAPACIDAD	CONTENIDO	CONTEXTO	INDICADOR	TIPO	CLAVE	umbral_RT	infit	outfit	p	grupo	Prueba
MA2S00206	RA	1	E	76	RAE	2	4,121	0,88	0,57	0,08	4	ECE 2016
MA5S00342	EE	1	E	04	OM	B	3,098	0,95	1,21	0,18	4	ECE 2016
MA2S00030	CR	1	E	1	OM	A	2,637	0,89	0,88	0,22	4	ECE 2015
MA2S00028	RA	1	E	4	OM	C	2,508	1,00	1,15	0,24	4	ECE 2015
MA2S00211	MA	2	E	11	OM	B	2,304	1,12	1,30	0,30	4	ECE 2016
MA2S00056	CR	1	E	7	OM	A	2,185	1,05	1,10	0,29	4	ECE 2015
MA2S00094	EE	1	E	05	OM	B	2,120	0,93	0,96	0,33	4	ECE 2016
MA2S00160	RA	1	E	14	OM	B	2,112	1,05	1,16	0,33	4	ECE 2016
MA2S00002	MA	1	E	8	OM	D	1,970	1,00	1,03	0,33	3	ECE 2015
MA2S00105	MA	2	E	15	OM	B	1,948	0,97	1,00	0,36	3	ECE 2016
MA5S00283	MA	1	E	1	OM	D	1,718	1,11	1,14	0,41	3	ECE 2016
MA6P00557	CR	1	E	7	OM	A	1,710	0,81	0,77	0,38	3	ECE 2015
MA6P00479	CR	1	E	1	OM	D	1,470	0,84	0,79	0,43	3	ECE 2015
MA6P00507	CR	1	E	01	OM	C	1,328	0,96	0,96	0,49	3	ECE 2016
MA5S00280	MA	1	E	01	OM	D	0,917	0,92	0,90	0,57	2	ECE 2016

### Tasa de respuesta de las alternativas, por ítem.

cod_item	A	B	C	D	SM	MM	2	1	0	LIBERADO
MA2S00206					17,35		7,98	0,09	74,58	Sí
MA5S00342	26,37	18,14	14,23	39,40	1,74	0,13				No
MA2S00030	21,95	9,49	10,70	56,54	1,12	0,20				No
MA2S00028	39,83	27,30	24,29	7,95	0,51	0,12				Sí
MA2S00211	24,84	29,82	26,11	15,51	3,59	0,14				No
MA2S00056	29,35	14,43	37,44	16,79	1,86	0,13				No
MA2S00094	53,59	33,45	5,08	7,18	0,61	0,09				No
MA2S00160	12,99	33,06	28,59	23,93	1,27	0,15				No
MA2S00002	9,15	29,90	24,43	33,35	3,10	0,06				No
MA2S00105	34,13	36,46	15,93	10,96	2,41	0,11				No
MA5S00283	21,61	14,28	20,76	41,17	2,00	0,18				No
MA6P00557	38,27	15,92	5,00	39,75	0,96	0,10				No
MA6P00479	1,57	22,87	31,93	43,10	0,41	0,11				Sí
MA6P00507	20,82	17,22	48,78	12,74	0,36	0,07				No
MA5S00280	10,97	25,77	4,53	57,33	1,30	0,10				Sí

Anexo 6. **Matriz resumen de la variable significado de las fracciones**

Ítems que involucran el concepto de fracción ECE 2015 – 2016 de 2.º secundaria

Código del ítem	Capacidad				Significado de fracción						Rep	% Acierto					Nivel
	M A	C R	E E	R A	PTC	PTD	MED	COC	OPE	RAZ	G/S/T	[0– 20]	[20– 40]	[40– 60]	[60– 80]	[80– 100]	ES / S / P / I
MA2S00206				X					X		T/S	X					ES
MA5S00342			X		X						G/S	X					ES
MA2S00030		X								X	G/S		X				ES
MA2S00028				X	X						S		X				ES
MA2S00211	X							X			S/T		X				ES
MA2S00056		X			X						S/G		X				ES
MA2S00094			X				X				T		X				ES
MA2S00160				X	X						S/T		X				ES
MA2S00002	X						X				S/T		X				ES
MA2S00105	X								X		S/T		X				S
MA5S00283	X									X	T/S			X			S
MA6P00557		X			X						S/T			X			S
MA6P00479		X				X					G			X			S
MA6P00507		X			X						G			X			S
MA5S00280	X								X		G/S			X			P



**Detalle de códigos para describir el ítem:**

<b>Capacidad:</b>	<b>Significado de la fracción</b>	<b>Representación:</b>	<b>Nivel de logro:</b>
MA    Matematiza CR    Comunica y representa EE    Elabora y usa estrategias RA    Razona y argumenta	PTC   Parte todo - continuo PTD   Parte todo - discreto MED   Medida COC   Cociente OPE   Operador RAZ   Razón	G      Gráfica S      Simbólico - numérico T      Texto continuo	ES      Encima de satisfactorio S      Satisfactorio P      En proceso I      En inicio

## Anexo 7. Instrumento de recojo de datos.

### Datos generales

1.	<b>Código del ítem: MA5S00342</b>			
2.	<b>Contenido:</b>			
3.	<b>Capacidad:</b>			
4.	<b>Contexto:</b>			
5.	<b>Nivel de logro:</b>			
6.	<b>Indicador:</b>			
	Identifica números racionales, en su forma fraccionaria, comprendidos entre dos números racionales cualesquiera.			

### Datos específicos del ítem

7	<b>Significado de fracción</b>				
	Parte todo continuo (X)	Parte todo discreto ( )	Medida ( )	Cociente ( )	Operador ( )
8	<b>Representación</b>				
	Gráfica ( )	Simbólica ( )	Texto ( )	Simbólica / Gráfica (X)	Simbólica / Texto ( )
9	<b>Alternativa de respuesta</b>				
	(a)	(b) X	(c)	(d)	
10	<b>Porcentaje de acierto</b>				
	[0 – 20] (X)	[20 – 40] ( )	[40 – 60] ( )	[60 – 80] ( )	[80 – 100] ( )
11	<b>Porcentaje de respuesta en distractores - Observaciones</b>				
	( A )	26.37 %			
	( C )	14.23 %			
	( D )	39.40 %			
	SM	1.74 %			
	MM	0.13%			

### Datos generales

1.	<b>Código del ítem: MA2S00030</b>				
2.	<b>Contenido:</b>				
		Cantidad ( X )	Cambio ( )	Forma ( )	Gestión ( )
3.	<b>Capacidad:</b>				
		Matematiza ( )	Comunica y representa (X )	Usa estrategias( )	Razona y argumenta ( )
4.	<b>Contexto:</b>				
		Intramatemático ( )		Extramatemático (X )	
5.	<b>Nivel de logro:</b>				
		Encima de Satisfactorio ( X )	Satisfactorio( )	Proceso ( )	Inicio ( )
6.	<b>Indicador:</b>				
	Interpreta el uso de los números racionales en sus diferentes significados y representaciones				

### Datos específicos del ítem

7	<b>Significado de fracción</b>				
	Parte todo continuo ( )	Parte todo discreto ( )	Medida ( )	Cociente ( )	Operador ( )
					Razón (X )
8	<b>Representación</b>				
	Gráfica ( )	Simbólica( )	Texto ( )	Simbólica / Gráfica (X )	Simbólica / Texto ( )
9	<b>Alternativa de respuesta</b>				
	(a) X	(b)	(c)	(d)	
10	<b>Porcentaje de acierto</b>				
	( 21.95 % )				
	[0 – 20] ( )	]20 – 40](X)	]40 – 60] ( )	]60 – 80] ( )	]80 –100] ( )
11	<b>Porcentaje de respuesta en distractores - Observaciones</b>				
	( B )	9.49 %			
	( C )	10.70 %			
	( D )	56.54 %			
	SM	1.12 %			
	MM	0.20 %			

## Datos generales

1.	<b>Código del ítem: MA2S00028</b>				
2.	<b>Contenido:</b>				
		Cantidad ( X )	Cambio ( )	Forma ( )	Gestión ( )
3.	<b>Capacidad:</b>				
		Matematiza( )	Comunica y representa ( )	Usa estrategias ( )	Razona y argumenta (X)
4.	<b>Contexto:</b>				
		Intramatemático ( )		Extramatemático (X )	
5.	<b>Nivel de logro:</b>				
		Encima de Satisfactorio ( X )	Satisfactorio( )	Proceso ( )	Inicio ( )
6.	<b>Indicador:</b>				
	Identifica números racionales, en su forma fraccionaria, comprendida entre dos números racionales cualquiera.				

## Datos específicos del ítem

7	<b>Significado de fracción</b>					
	Parte todo continuo(X)	Parte todo discreto ( )	Medida ( )	Cociente( )	Operador ( )	Razón ( )
8	<b>Representación</b>					
	Gráfica ( )	Simbólica( )	Texto ( )	Simbólica / Gráfica (X )	Simbólica / Texto ( )	
9	<b>Alternativa de respuesta</b>					
	(a)	(b)	(c) X	(d)		
10	<b>Porcentaje de acierto</b>			( 24.29 % )		
	[0 – 20] ( )	]20 – 40] ( X )	]40 – 60]( )	]60 – 80]( )	]80 –100] ( )	
11	<b>Porcentaje de respuesta en distractores - Observaciones</b>					
	( A )	39.83 %				
	( B )	27.30 %				
	( D )	7.95 %				
	SM	0.51 %				
	MM	0.12 %				

### Datos generales

1.	<b>Código del ítem: MA2S00211</b>			
2.	<b>Contenido:</b>			
3.	<b>Capacidad:</b>			
4.	<b>Contexto:</b>			
5.	<b>Nivel de logro:</b>			
6.	<b>Indicador:</b>			
	Resuelve situaciones multiplicativas (proporción simple) utilizando números racionales ( en sus diferentes equivalencias).			

### Datos específicos del ítem

7	<b>Significado de fracción</b>					
	Parte todo continuo ( )	Parte todo discreto ( )	Medida ( )	Cociente ( X )	Operador ( )	Razón ( )
8	<b>Representación</b>					
	Gráfica ( )	Simbólica ( )	Texto ( )	Simbólica / Gráfica ( )	Simbólica / Texto ( X )	
9	<b>Alternativa de respuesta</b>					
	(a)	(b) X	(c)	(d)		
10	<b>Porcentaje de acierto</b>			( 29.82 % )		
	[0 – 20] ( )	]20 – 40](X)	]40 – 60] ( )	]60 – 80] ( )	]80 – 100] ( )	
11	<b>Porcentaje de respuesta en distractores - Observaciones</b>					
	( A )	24.84 %				
	( C )	26.11 %				
	( D )	15.51 %				
	SM	3.59 %				
	MM	0.14 %				

### Datos generales

1.	<b>Código del ítem: MA2S00056</b>				
2.	<b>Contenido:</b>				
3.	<b>Capacidad:</b>				
4.	<b>Contexto:</b>				
5.	<b>Nivel de logro:</b>				
6.	<b>Indicador:</b>				
	Establece la equivalencia entre números racionales expresados como fracción, decimal o porcentaje en situaciones de contexto real.				

### Datos específicos del ítem

7	<b>Significado de fracción</b>					
	Parte todo continuo(X)	Parte todo discreto ( )	Medida ( )	Cociente( )	Operador ( )	Razón ( )
8	<b>Representación</b>					
	Gráfica ( )	Simbólica( )	Texto ( )	Simbólica / Gráfica (X)	Simbólica / Texto ( )	
9	<b>Alternativa de respuesta</b>					
	(a) X	(b)	(c)	(d)		
10	<b>Porcentaje de acierto</b>			( 29.35 % )		
	[0 – 20] ( )	]20 – 40] ( X)	]40 – 60]( )	]60 – 80]( )	]80 –100] ( )	
11	<b>Porcentaje de respuesta en distractores - Observaciones</b>					
	( B )	14.43 %				
	( C )	37.44 %				
	( D )	16.79 %				
	SM	1.86 %				
	MM	0.13 %				

### Datos generales

1.	<b>Código del ítem: MA2S00094</b>			
2.	<b>Contenido:</b>			
3.	<b>Capacidad:</b>			
4.	<b>Contexto:</b>			
5.	<b>Nivel de logro:</b>			
6.	<b>Indicador:</b>			
	Identifica el número mayor o menor de una colección de números racionales en su forma fraccionaria o entera.			

### Datos específicos del ítem

7	<b>Significado de fracción</b>				
	Parte todo continuo ( )	Parte todo discreto ( )	Medida (X )	Cociente ( )	Operador ( )
8	<b>Representación</b>				
	Gráfica ( )	Simbólica ( )	Texto (X )	Simbólica / Gráfica ( )	Simbólica / Texto ( )
9	<b>Alternativa de respuesta</b>				
	(a)	(b) X	(c)	(d)	
10	<b>Porcentaje de acierto</b>				
	[0 – 20] ( )	]20 – 40](X)	]40 – 60] ( )	]60 – 80] ( )	]80 – 100] ( )
11	<b>Porcentaje de respuesta en distractores - Observaciones</b>				
	( A )	53.59 %			
	( C )	5.08 %			
	( D )	7.18 %			
	SM	0.61 %			
	MM	0.09 %			

### Datos generales

1.	<b>Código del ítem: MA2S00160</b>				
2.	<b>Contenido:</b>				
3.	<b>Capacidad:</b>				
4.	<b>Contexto:</b>				
5.	<b>Nivel de logro:</b>				
6.	<b>Indicador:</b>				
	Identifica la validez de un argumento o de un procedimiento utilizado en la resolución de situaciones problemáticas con números racionales.				

### Datos específicos del ítem

7	<b>Significado de fracción</b>					
	Parte todo continuo(X)	Parte todo discreto ( )	Medida ( )	Cociente( )	Operador ( )	Razón ( )
8	<b>Representación</b>					
	Gráfica ( )	Simbólica( )	Texto ( )	Simbólica / Gráfica ( )	Simbólica / Texto ( X )	
9	<b>Alternativa de respuesta</b>					
	(a)	(b) X	(c)	(d)		
10	<b>Porcentaje de acierto</b>			( 33.06 % )		
	[0 – 20] ( )	]20 – 40] ( X )	]40 – 60]( )	]60 – 80]( )	]80 –100] ( )	
11	<b>Porcentaje de respuesta en distractores - Observaciones</b>					
	( A )	12.09 %				
	( C )	28.59 %				
	( D )	23.93 %				
	SM	1.27 %				
	MM	0.15 %				



### Datos generales

1.	<b>Código del ítem: MA2S00002</b>			
2.	<b>Contenido:</b>			
3.	<b>Capacidad:</b>			
4.	<b>Contexto:</b>			
5.	<b>Nivel de logro:</b>			
6.	<b>Indicador:</b>			
	Resuelve situaciones aditivas (cambio) utilizando números racionales en sus diferentes representaciones (fracción y decimal)			

### Datos específicos del ítem

7	<b>Significado de fracción</b>				
	Parte todo continuo ( )	Parte todo discreto ( )	Medida ( X )	Cociente ( )	Operador ( ) Razón ( )
8	<b>Representación</b>				
	Gráfica ( )	Simbólica ( )	Texto ( )	Simbólica / Gráfica ( )	Simbólica / Texto ( X )
9	<b>Alternativa de respuesta</b>				
	(a)	(b)	(c)	(d) X	
10	<b>Porcentaje de acierto</b>				
	[0 – 20] ( )	]20 – 40](X)	]40 – 60] ( )	]60 – 80] ( )	]80 – 100] ( )
11	<b>Porcentaje de respuesta en distractores - Observaciones</b>				
	( A )	9.15 %			
	( B )	29.90 %			
	( C )	24.43 %			
	SM	3.10 %			
	MM	0.06 %			

### Datos generales

1.	<b>Código del ítem: MA2S00105</b>				
2.	<b>Contenido:</b>				
3.	<b>Capacidad:</b>				
4.	<b>Contexto:</b>				
5.	<b>Nivel de logro:</b>				
6.	<b>Indicador:</b>				
	Resuelve (o formula) situaciones problemáticas que involucren a dos magnitudes directamente proporcionales con números racionales.				

### Datos específicos del ítem

7	<b>Significado de fracción</b>					
	Parte todo continuo ( )	Parte todo discreto ( )	Medida ( )	Cociente ( )	Operador (X)	Razón ( )
8	<b>Representación</b>					
	Gráfica ( )	Simbólica ( )	Texto ( )	Simbólica / Gráfica ( )	Simbólica / Texto ( X )	
9	<b>Alternativa de respuesta</b>					
	(a)	(b) X	(c)	(d)		
10	<b>Porcentaje de acierto</b>			( 36.46 % )		
	[0 – 20] ( )	]20 – 40] ( X )	]40 – 60] ( )	]60 – 80] ( )	]80 – 100] ( )	
11	<b>Porcentaje de respuesta en distractores - Observaciones</b>					
	( A )	34.13 %				
	( C )	15.93 %				
	( D )	10.96 %				
	SM	2.41 %				
	MM	0.11 %				

### Datos generales

1.	<b>Código del ítem: MA2S00283</b>			
2.	<b>Contenido:</b>			
3.	<b>Capacidad:</b>			
4.	<b>Contexto:</b>			
5.	<b>Nivel de logro:</b>			
6.	<b>Indicador:</b>			
	Interpreta el uso de los números racionales en sus diferentes significados y representaciones			

### Datos específicos del ítem

7	<b>Significado de fracción</b>				
	Parte todo continuo ( )	Parte todo discreto ( )	Medida ( )	Cociente ( )	Operador ( )
8	<b>Representación</b>				
	Gráfica ( )	Simbólica ( )	Texto ( )	Simbólica / Gráfica ( )	Simbólica / Texto (X )
9	<b>Alternativa de respuesta</b>				
	(a)	(b)	(c)	(d) X	
10	<b>Porcentaje de acierto</b>				
	( 41.17 % )				
	[0 – 20] ( )	]20 – 40]( )	]40 – 60](X)	]60 – 80] ( )	]80 – 100] ( )
11	<b>Porcentaje de respuesta en distractores - Observaciones</b>				
	( A )	21.61 %			
	( B )	14.28 %			
	( C )	20.76 %			
	SM	2.00 %			
	MM	0.18 %			

### Datos generales

1.	<b>Código del ítem: MA6P00557</b>				
2.	<b>Contenido:</b>				
3.	<b>Capacidad:</b>				
4.	<b>Contexto:</b>				
5.	<b>Nivel de logro:</b>				
6.	<b>Indicador:</b>				
	Establece la equivalencia entre números racionales expresados como fracción, decimal o porcentaje en situaciones de contexto real.				

### Datos específicos del ítem

7	<b>Significado de fracción</b>					
	Parte todo continuo(X )	Parte todo discreto ( )	Medida ( )	Cociente( )	Operador ( )	Razón ( )
8	<b>Representación</b>					
	Gráfica ( )	Simbólica( )	Texto ( )	Simbólica / Gráfica ( )	Simbólica / Texto ( X )	
9	<b>Alternativa de respuesta</b>					
	(a) X	(b)	(c)	(d)		
10	<b>Porcentaje de acierto</b>			( 38.27 % )		
	[0 – 20] ( )	]20 – 40] ( X )	]40 – 60]( )	]60 – 80]( )	]80 –100] ( )	
11	<b>Porcentaje de respuesta en distractores - Observaciones</b>					
	( B )	15.92 %				
	( C )	5.00 %				
	( D )	39.75 %				
	SM	0.96 %				
	MM	0.10 %				

### Datos generales

1.	<b>Código del ítem: MA6P00479</b>			
2.	<b>Contenido:</b>			
3.	<b>Capacidad:</b>			
4.	<b>Contexto:</b>			
5.	<b>Nivel de logro:</b>			
6.	<b>Indicador:</b>			
	Interpreta el uso de los números racionales en sus diferentes significados y representaciones.			

### Datos específicos del ítem

7	<b>Significado de fracción</b>				
	Parte todo continuo ( )	Parte todo discreto (X)	Medida ( )	Cociente ( )	Operador ( ) Razón ( )
8	<b>Representación</b>				
	Gráfica ( X )	Simbólica ( )	Texto ( )	Simbólica / Gráfica ( )	Simbólica / Texto ( )
9	<b>Alternativa de respuesta</b>				
	(a)	(b)	(c)	(d) X	
10	<b>Porcentaje de acierto</b>				
	[0 – 20] ( )	]20 – 40]( )	]40 – 60](X)	]60 – 80] ( )	]80 – 100] ( )
11	<b>Porcentaje de respuesta en distractores - Observaciones</b>				
	( A )	1.57 %			
	( B )	22.87 %			
	( C )	31.93 %			
	SM	0.41 %			
	MM	0.11 %			

### Datos generales

1.	<b>Código del ítem: MA6P00507</b>				
2.	<b>Contenido:</b>				
3.	<b>Capacidad:</b>				
4.	<b>Contexto:</b>				
5.	<b>Nivel de logro:</b>				
6.	<b>Indicador:</b>				
	Interpreta el uso de los números racionales en sus diferentes significados y representaciones.				

### Datos específicos del ítem

7	<b>Significado de fracción</b>					
	Parte todo continuo(X)	Parte todo discreto ( )	Medida ( )	Cociente( )	Operador ( )	Razón ( )
8	<b>Representación</b>					
	Gráfica ( X )	Simbólica( )	Texto ( )	Simbólica / Gráfica ( )	Simbólica / Texto ( )	
9	<b>Alternativa de respuesta</b>					
	(a)	(b)	(c) X	(d)		
10	<b>Porcentaje de acierto</b>			( 48.78 % )		
	[0 – 20] ( )	]20 – 40] ( )	]40 – 60](X)	]60 – 80]( )	]80 –100] ( )	
11	<b>Porcentaje de respuesta en distractores - Observaciones</b>					
	( A )	20.82 %				
	( B )	17.22 %				
	( D )	12.74 %				
	SM	0.36 %				
	MM	0.07 %				

### Datos generales

1.	<b>Código del ítem: MA5S00280</b>			
2.	<b>Contenido:</b>			
3.	<b>Capacidad:</b>			
4.	<b>Contexto:</b>			
5.	<b>Nivel de logro:</b>			
6.	<b>Indicador:</b>			
	Interpreta el uso de los números racionales en sus diferentes significados y representaciones			

### Datos específicos del ítem

7	<b>Significado de fracción</b>				
	Parte todo continuo ( )	Parte todo discreto ( )	Medida ( )	Cociente ( )	Operador (X)
8	<b>Representación</b>				
	Gráfica ( )	Simbólica ( )	Texto ( )	Simbólica / Gráfica ( X )	Simbólica / Texto ( )
9	<b>Alternativa de respuesta</b>				
	(a)	(b)	(c)	(d) X	
10	<b>Porcentaje de acierto</b>				
	[0 – 20] ( )	]20 – 40]( )	]40 – 60](X)	]60 – 80] ( )	]80 – 100] ( )
11	<b>Porcentaje de respuesta en distractores - Observaciones</b>				
	( A )	10.97 %			
	( B )	25.77 %			
	( C )	4.53 %			
	SM	1.30 %			
	MM	0.10 %			



### **Acta de aprobación de originalidad de tesis**

Yo, Silvia Del Pilar Alza Salvatierra, docente de la Escuela de Posgrado de la Universidad César Vallejo filial Lima Norte, revisora de la tesis titulada **"Comprensión del concepto de fracción y de sus significados de los estudiantes de segundo grado de secundaria en la Evaluación Censal, 2015 y 2016"** de la estudiante **Olimpia Rosa Castro Mora**, constato que la investigación tiene un índice de similitud de 17% verificable en el reporte de originalidad del programa Turnitin.

La suscrita analizó dicho reporte y concluyó que cada una de las coincidencias detectadas no constituye plagio. A mi leal saber y entender la tesis cumple con todas las normas para el uso de citas y referencias establecidas por la Universidad César Vallejo.

Lima, 15 de mayo del 2018.

Silvia Del Pilar Alza Salvatierra

DNI: 18110381





**Comprensión del concepto de fracción y de sus  
significados de los estudiantes de segundo  
grado de secundaria en la Evaluación  
Censal, 2015 y 2016.**

TESIS PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE:  
Maestra en Educación

AUTORA:

Br. Castro Mora, Olimpia Rosa

ASESORA:

Dra. Alza Salvaterra, Silvia del Pilar

SECCIÓN:

Educación e idiomas

LÍNEA DE INVESTIGACIÓN:

Evaluación y aprendizaje

LIMA - PERÚ  
2018

**Resumen de coincidencias****17 %**

Se están viendo fuentes estándar

[Ver fuentes en inglés \(Beta\)](#)

## Coincidencias

1	<a href="http://umc.minedu.gob.pe">umc.minedu.gob.pe</a> Fuente de Internet	3 %	>
2	<a href="http://tesis.pucp.edu.pe">tesis.pucp.edu.pe</a> Fuente de Internet	3 %	>
3	<a href="http://www.bdigital.unal.edu...">www.bdigital.unal.edu...</a> Fuente de Internet	2 %	>
4	<a href="http://disde.minedu.gob.pe">disde.minedu.gob.pe</a> Fuente de Internet	2 %	>
5	<a href="http://www.etnomatematica...">www.etnomatematica...</a> Fuente de Internet	1 %	>
6	<a href="#">investigacionpostgrad...</a> Fuente de Internet	1 %	>



UNIVERSIDAD CÉSAR VALLEJO

Centro de Recursos para el Aprendizaje y la Investigación (CRAI)  
"César Acuña Peralta"

## FORMULARIO DE AUTORIZACIÓN PARA LA PUBLICACIÓN ELECTRÓNICA DE LAS TESIS

### 1. DATOS PERSONALES

Apellidos y Nombres: (solo los datos del que autoriza)

CASTRO MORA, OLIMPIA ROSA

D.N.I. : 08732670

Domicilio : Calle Oslo 136 Urb. Residencial Callao

Teléfono : Fijo : 4514536 Móvil : 984174343

E-mail : olimpiacastro@hotmail.com

### 2. IDENTIFICACIÓN DE LA TESIS

Modalidad:

☐ Tesis de Pregrado

Facultad :

Escuela :

Carrera :

Título :

☒ Tesis de Posgrado

☒ Maestría

☐ Doctorado

Grado :

Mención : Maestría

Evaluación y Acreditación de la Calidad Educativa

### 3. DATOS DE LA TESIS

Autor (es) Apellidos y Nombres:

Castro Mora, Olimpia Rosa

Título de la tesis:

Comprensión del Concepto de fracción y de sus significados  
de los estudiantes de segundo grado de secundaria en la  
Evaluación Censal, 2015 y 2016

Año de publicación :

### 4. AUTORIZACIÓN DE PUBLICACIÓN DE LA TESIS EN VERSIÓN ELECTRÓNICA:

A través del presente documento,

Si autorizo a publicar en texto completo mi tesis.

No autorizo a publicar en texto completo mi tesis.



Firma :

Olimpia Castro

Fecha :

6 marzo 2019



# UNIVERSIDAD CÉSAR VALLEJO

## AUTORIZACIÓN DE LA VERSIÓN FINAL DEL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN

CONSTE POR EL PRESENTE EL VISTO BUENO QUE OTORGA EL ENCARGADO DE INVESTIGACIÓN DE

### ESCUELA DE POSGRADO

A LA VERSIÓN FINAL DEL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN QUE PRESENTA:

Olimpia Rosa Castro Mora

INFORME TITULADO:

Comprensión del concepto de fracción y de sus significados de los estudiantes de segundo grado de secundaria en la Evaluación Censal, 2015 y 2016.

PARA OBTENER EL TÍTULO O GRADO DE:

Maestra en Evaluación y Acreditación de la Calidad Educativa

SUSTENTADO EN FECHA: 22 junio de 2018

NOTA O MENCIÓN: Aprobado por unanimidad



*[Handwritten signature]*

FIRMA DEL ENCARGADO DE INVESTIGACIÓN